

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं में प्रगति: कृत्रिम बुद्धिमत्ता आधारित मॉडलिंग, सामग्री  
अनुकूलन एवं सतत अपशिष्ट जल शोधन तथा ऊर्जा उत्पादन  
Advances in Microbial Fuel Cells: Artificial Intelligence–Based Modeling, Materials  
Simulation, and Sustainable Wastewater Treatment and Energy Generation

जिगिशा मोदी<sup>1,\*</sup>, ख्यातिल पटेल<sup>1</sup>, कश्यप कुमार जोशी<sup>1</sup>, जेनी कैरोल<sup>1</sup>, ध्रुविनि पुरोहित<sup>1</sup>  
एवं शीतल मोदी<sup>2</sup>

Jigisha Modi<sup>1,\*</sup>, Khyatil Patel<sup>1</sup>, Kashyap Kumar Joshi<sup>1</sup>, Jane Carol<sup>1</sup>, Dhruvini Purohit<sup>1</sup>  
& Shital Modi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Chemical Technology  
Shroff S R Rotary Institute of Chemical Technology,  
UPL University of Sustainable Technology,  
Ankleshwar-393002, Gujarat- INDIA.

<sup>2</sup>Department of Chemistry  
School of Science and Technology,  
Vanita Vishram Women's University,  
Surat-395001, Gujarat- INDIA

\*jigisha.modi@upluniversity.ac.in, kipatel154@gmail.com, KashyapJoshi551@gmail.com,  
janecarol93926@gmail.com, dhruvip2002@gmail.com, modishital2261@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19667171>

## सारांश

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाएँ (Microbial Fuel Cells - MFCs) नवीन जैव-वैद्युत रासायनिक यंत्र हैं, जो अपशिष्ट जल के शोधन और सतत विद्युत उत्पादन को एक साथ संपन्न करने में सक्षम हैं। यह अध्ययन MFC के प्रदर्शन में हालिया प्रगतियों की पड़ताल करता है, जिसमें मॉडलिंग, प्रायोगिक प्रमाणीकरण और अनुकूलन विधियों पर विशेष बल दिया गया है। एक समग्र दृष्टिकोण अपनाया गया है, जिसमें कृत्रिम बुद्धिमत्ता (AI) और मशीन लर्निंग (ML) आधारित एल्गोरिथम – जैसे कि एडेप्टिव न्यूरो-फ़जी इनफरेंस सिस्टम (ANFIS) तथा पार्टिकल स्वार्म ऑप्टिमाइजेशन (PSO) – का उपयोग पूर्वानुमानात्मक सटीकता बढ़ाने एवं परिचालन दक्षता को सुव्यवस्थित करने हेतु किया गया है। इलेक्ट्रोड सामग्री में नवीनता लाते हुए, ग्राफीन-आधारित मिश्र धातुएँ तथा लौह-संयोजित उत्प्रेरक (iron-doped catalysts) को सम्मिलित किया गया है, जिससे जैवफिल्म निर्माण, विद्युत चालकता और ऑक्सीजन अपचयन गतिकी (oxygen reduction kinetics) में सुधार प्राप्त हुआ है। प्रायोगिक पुष्टि गतिक बहू-उद्देश्यीय अनुकूलन मॉडल के माध्यम से की गई, जहाँ वास्तविक समय निगरानी उपकरण और डीप लर्निंग एल्गोरिथम का प्रयोग कर, विद्युत घनत्व (power density) एवं रासायनिक ऑक्सीजन मांग (COD) निष्कासन को प्रभावित करने वाले महत्वपूर्ण मानकों की पहचान की गई है।

एक 15-लीटर की सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) प्रणाली का मॉडल तैयार कर उसका अनुकूलन किया गया है, जिससे विद्युत घनत्व प्रवृत्तियों, कुल कोशिका विभव तथा सबस्ट्रेट गतिकी का मूल्यांकन किया जा सके। संवेदनशीलता विश्लेषण (Sensitivity Analysis) द्वारा यह स्पष्ट किया गया है कि सबस्ट्रेट सांद्रता, इलेक्ट्रोड सतह क्षेत्रफल और पर्यावरणीय परिस्थितियाँ जैसे प्रमुख कारक प्रणाली के प्रदर्शन को महत्वपूर्ण रूप से प्रभावित करते हैं। MATLAB तथा कृत्रिम बुद्धिमत्ता तकनीकों के उपयोग से पूर्वानुमान मॉडलिंग को एकीकृत करते हुए ऊर्जा

उत्पादन दक्षता में उल्लेखनीय वृद्धि (पिछले अध्ययनों की तुलना में लगभग 30%) प्राप्त की गई है, जो मॉडल की दृढ़ता (robustness) को प्रमाणित करती है। यह अध्ययन यह दर्शाता है कि संगणकीय उपकरणों तथा नवीन सामग्री नवाचारों की भूमिका MFC के प्रदर्शन को सशक्त रूप से बढ़ाने में परिवर्तनकारी सिद्ध हो सकती है। यह एक ऐसा मार्ग प्रशस्त करता है, जो भविष्य में अपशिष्ट जल शोधन और नवीकरणीय ऊर्जा उत्पादन के लिए मापनीय (scalable) और सतत समाधान प्रदान कर सकता है।

### Abstract

Microbial Fuel Cells (MFCs) are innovative bio-electrochemical devices capable of simultaneously treating wastewater and producing sustainable electricity. This study explores recent advancements in MFC performance, emphasizing modeling, experimental validation, and optimization methodologies. A comprehensive approach is adopted, integrating AI and ML algorithms such as Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems (ANFIS) and Particle Swarm Optimization (PSO) to enhance predictive accuracy and streamline operational efficiency. Advanced electrode materials, including graphene-based composites and iron-doped catalysts, are incorporated to improve biofilm formation, conductivity, and oxygen reduction kinetics. Experimental validation is performed using dynamic multi-objective optimization models, where real-time monitoring tools and deep learning algorithms identify critical parameters influencing power density and chemical oxygen demand (COD) removal.

A 15-liter MFC system is modeled and optimized to assess power density trends, total cell potential, and substrate dynamics. Sensitivity analysis highlights the influence of key factors such as substrate concentration, electrode surface area, and environmental conditions. Integration of predictive modeling using MATLAB and AI techniques achieves a significant increase in energy generation

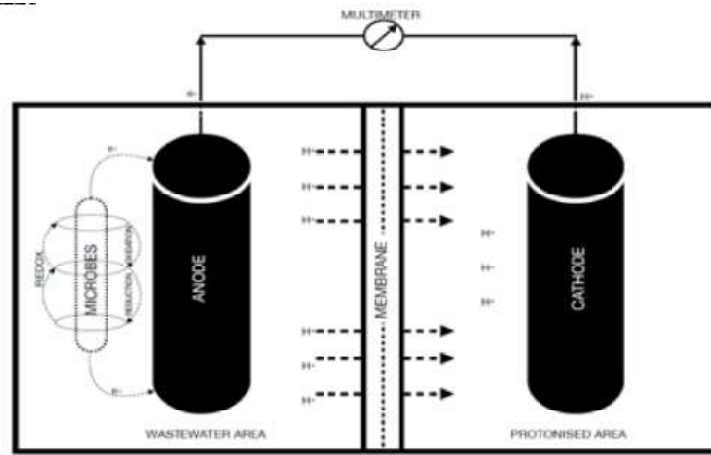
efficiency (up to 30% compared to previous studies), validating the model's robustness. This study underscores the transformative role of computational tools and material innovations in enhancing MFC performance, providing a scalable and sustainable roadmap for future applications in wastewater treatment and renewable energy production.

**मुख्य शब्द :** सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाएँ, कृत्रिम बुद्धिमत्ता, मशीन लर्निंग, अनुकूलन, अपशिष्ट जल शोधन, जैव-वैद्युत रासायनिक प्रणालियाँ, सीओडी निष्कासन।

**Keywords :** Microbial Fuel Cells, Artificial Intelligence, Machine Learning, Optimization, Wastewater Treatment, Bio-electrochemical Systems, COD Removal.

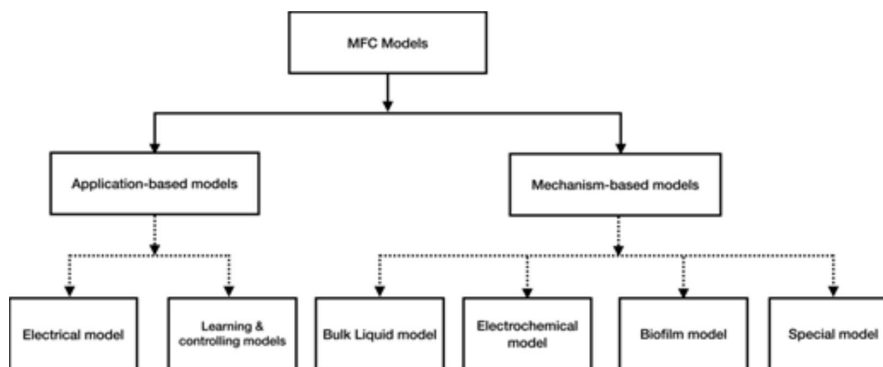
### परिचय

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका एक उन्नत प्रकार की वैद्युत-रासायनिक कोशिका है, जिसमें विशिष्ट रूप से संशोधन किए गए हैं। यह एक नवीकरणीय एवं सतत ऊर्जा स्रोत है, जिसे हाल ही में काफी ध्यान प्राप्त हुआ है। सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका एक जैव-रासायनिक रिएक्टर के रूप में कार्य करती है, जिसमें सूक्ष्मजीवों की सहायता से रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपांतरित किया जाता है [1]। MFC प्रक्रिया की प्रारंभिक अवस्था में बैक्टीरिया अपशिष्ट जल की भूमिका निभाते हैं। यह एक रेडॉक्स अभिक्रिया को प्रारंभ करता है, जिसमें सब्सट्रेट के ऑक्सीकरण के कारण प्रोटॉन तथा इलेक्ट्रॉनों का निर्माण होता है। इसके पश्चात प्रोटॉन, प्रोटॉन एक्सचेंज मेम्ब्रेन (PEM) के माध्यम से कैथोड की ओर बढ़ते हैं, जबकि इलेक्ट्रॉन एक बाह्य परिपथ (external circuit) के माध्यम से प्रवाहित होते हैं। सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाएँ दो प्रकार की होती हैं: (I) एक-कक्षीय MFC तथा (II) द्वि-कक्षीय MFC [2]। एक-कक्षीय MFC में कैथोड हेतु पृथक कक्ष नहीं होता और यह वायुमंडल के संपर्क में रहता है, जबकि द्वि-कक्षीय MFC में कैथोड और एनोड को अलग करने हेतु प्रोटॉन एक्सचेंज मेम्ब्रेन (PEM) का उपयोग किया जाता है [3]।



**Fig. 1. Microbial Fuel Cell Outline.**

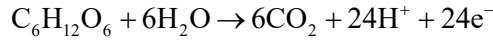
सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) के मुख्य घटकों में एनोड, कैथोड तथा झिल्ली (मेम्ब्रेन) सम्मिलित हैं। सूक्ष्मजीव कोशिका का रेखाचित्रात्मक चित्रण चित्र 1 में प्रस्तुत किया गया है। इन प्रमुख घटकों की संरचना कोशिका के समग्र प्रदर्शन पर निर्णायक प्रभाव डालती है। एनोड तथा कैथोड की कार्यकुशलता को अनुकूलित करने हेतु विभिन्न प्रकार के सब्सट्रेट्स का उपयोग किया जाता है [4]। कोशिका के भीतर विद्यमान जीवाणु समुदाय उत्पन्न विद्युत की मात्रा तथा अपशिष्ट जल के निष्कासन की दर को काफी प्रभावित करता है। कैथोड सामग्री जैसे कि ग्रेफाइट प्लेट, रॉड, कार्बन पेपर तथा कपड़ा प्रायः कार्बन-आधारित पदार्थों से बनी होती हैं, जिन्हें जीवाणुओं द्वारा जैवफिल्म निर्माण को प्रोत्साहित करने तथा पर्याप्त चालकता (conductivity) प्रदर्शित करने की क्षमता रखनी चाहिए। ऑक्सीजन अपचयन अभिक्रिया (Oxygen Reduction Reaction – ORR) को बेहतर बनाने हेतु प्लेटिनम-लेपित टाइटेनियम एवं ब्लैक प्लेटिनम जैसे उत्प्रेरक पदार्थों का उपयोग किया जाता है। एनोड पक्ष पर, सेल्युलोज, ग्लूकोज, सुक्रोज, फ्रुक्टोज, जायलोज और एथेनॉल जैसे अतिरिक्त सब्सट्रेट्स का समावेश किया जाता है। ये सब्सट्रेट्स जीवाणुओं को पोषण प्रदान करते हैं और अक्सर संरचनात्मक रूप से जटिल होते हैं। सर्वोत्तम दक्षता प्राप्त करने के लिए एनोड पर एक अनवायवीय (anaerobic) वातावरण बनाए रखा जाता है, जो विद्युत सक्रिय जैवफिल्म (electroactive biofilm) के निर्माण की अनुमति देता है, जिससे जैविक पदार्थ विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित हो पाता है।



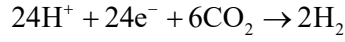
**Fig. 2. Classification of Microbial Fuel cell based on Model.**

ग्लूकोज अभिक्रिया में एनोडिक फीड इस प्रकार प्रदत्त है:

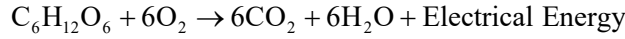
**एनोड अभिक्रिया:**



**कैथोड अभिक्रिया:**



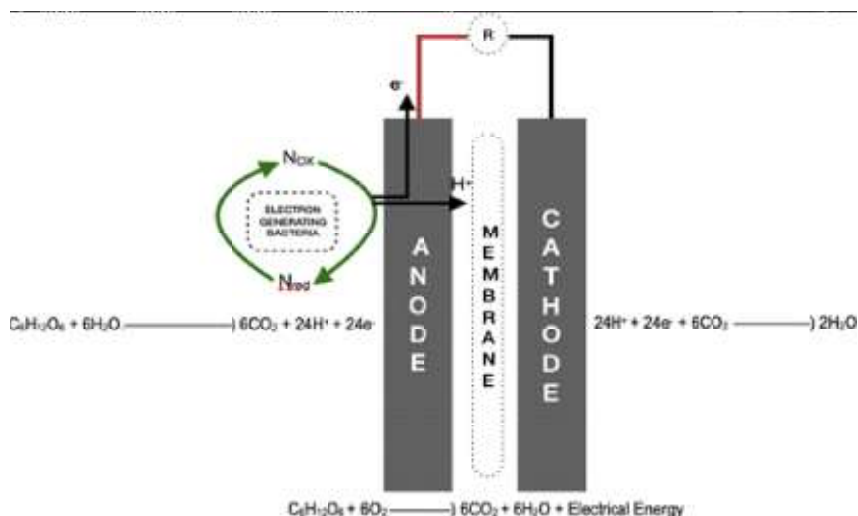
**समग्र अभिक्रिया:**



सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) के लिए पहला गणितीय मॉडल झांग और हॉल्मे द्वारा विकसित किया गया था [5]। MFC के प्रदर्शन को बेहतर बनाने के लिए मॉडलिंग प्रक्रिया के दौरान प्रणालियों का निर्माण और सूक्ष्म समायोजन अत्यंत महत्वपूर्ण होता है, जो अनुभवजन्य आंकड़ों पर आधारित होता है। MFC मॉडलिंग को मुख्य रूप से दो प्रकारों में वर्गीकृत किया जा सकता है: प्रक्रिया-आधारित मॉडल और अनुप्रयोग-आधारित मॉडल। प्रक्रिया-आधारित मॉडल अभिक्रिया प्रक्रियाओं को समझने में सहायक होते हैं, जैसे कि धारा और विभव की गतिकी, सबस्ट्रेट उपभोग दर, और जैवफिल्म चक्र [6]। दूसरी ओर, अनुप्रयोग-आधारित मॉडल अधिगम और नियंत्रण पर केंद्रित होते हैं, और विशेष रूप से विद्युत मॉडलिंग में विशेषज्ञता रखते हैं। अधिगम और नियंत्रण की दृष्टि से, उद्देश्य होता है आउटपुट और कुलॉम्बिक दक्षता का अनुकूलन, अक्सर बिना पूरी अभिक्रिया प्रक्रिया को पूरी तरह से ध्यान में रखे। चित्र 3 में मॉडलिंग के आधार पर सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं के वर्गीकरण का दृष्टात्मक निरूपण प्रस्तुत किया गया है।

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) एक ऐसा यंत्र है जो ऊर्जा के कुशल उपयोग के माध्यम से ऊर्जा उत्पन्न करता है। यद्यपि प्रक्रिया-आधारित मॉडल परिचालन स्थितियों और विन्यासों का अनुकूलन करके पर्याप्त विद्युत उत्पादन प्राप्त कर सकते हैं, परंतु इनमें गणना में अधिक समय लगता है और ये व्यवहारिक रूप से उपयुक्त नहीं होते। यह शोध पत्र अनुप्रयोग-आधारित मॉडलों के उपयोग द्वारा मॉडलिंग पर केंद्रित है [7]। MFC मॉडलिंग में गणना समय कम होता है और यह विशिष्ट अनुप्रयोग क्षेत्रों पर केंद्रित होती है। अनुप्रयोग-आधारित मॉडल दो प्रकार के होते हैं: विद्युत मॉडल और अधिगम एवं नियंत्रण मॉडल। सटीक मॉडलिंग परिणाम प्राप्त करने के लिए बड़ी मात्रा में प्रायोगिक आंकड़ों की आवश्यकता होती है। विद्युत मॉडल उपयुक्त विद्युत पैरामीटरों का उपयोग करते हैं और आवश्यक घटकों को सम्मिलित करने वाले सरल तुल्य परिपथ मॉडलों (equivalent circuit models) पर आधारित होते हैं। दूसरी ओर, अधिगम एवं नियंत्रण मॉडल तीन मूलभूत घटनाओं – रासायनिक, जैविक, और विद्युत – को समाहित करते हैं और MFC मॉडलिंग में एक बहुविषयक दृष्टिकोण अपनाते हैं।

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका के भीतर घटित होने वाली आंतरिक अभिक्रियाओं को चित्र 3 में स्पष्ट रूप से दर्शाया गया है।

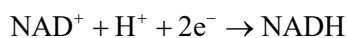


**Fig. 3. Internal Reaction in Microbial Fuel Cell**

### सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका का मॉडलिंग सिद्धांत

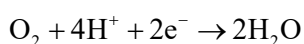
अपशिष्ट उपचार प्रणालियों के समकालीन परिदृश्य को अब सततता की ओर बढ़ते रुझान द्वारा परिभाषित किया जा रहा है, जिसमें जैविक उपचार संरचना के भीतर तकनीकी प्रगति के एकीकरण पर बल दिया जा रहा है। अपशिष्ट जल उपचार में जैविक प्रौद्योगिकियों के समावेश के माध्यम से अपशिष्ट ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपांतरित करना संभव हो जाता है। विशेष रूप से, सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाएँ (MFCs) दक्षता के दृष्टिकोण से अन्य वैकल्पिक जैविक तकनीकों की तुलना में बेहतर प्रदर्शन करती हैं। MFC को अन्य अपशिष्ट जल उपचार विधियों की तुलना में अनुकूल बनाने वाले प्रमुख कारक हैं – विद्युत उत्पादन और प्रदर्शन मूल्यांकन। एनोड पक्ष पर, अनवायवीय वातावरण जैविक रूप से अपघटनीय पदार्थों को विद्युत ऊर्जा में रूपांतरित करने की प्रक्रिया के लिए आवश्यक होता है। MFC के भीतर संपूर्ण अभिक्रिया स्वतःस्फूर्त रूप से होती है और इसमें विद्युत उत्पादन हेतु अनुकूल ऊष्मागतिकी होती है। इसमें NADH एक इलेक्ट्रॉन दाता के रूप में कार्य करता है, जबकि ऑक्सीजन अंतिम इलेक्ट्रॉन ग्राही के रूप में कार्य करती है। Nernst समीकरण का उपयोग करके सैद्धांतिक रूप से उत्पादित विभव की गणना की जा सकती है।

#### एनोड अभिक्रिया:



$$E_{\text{and}}^{01} = E_0 \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{[\text{NADH}]}{[\text{NAD}^+][\text{H}^+]^2} \right) = -0.32\text{V}$$

#### कैथोड अभिक्रिया:



$$E_{\text{and}}^{01} = E_0 \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{[1]}{[\text{O}_2]^{0.5} [\text{H}^+]^2} \right) = -0.84\text{V}$$

$$E_{\text{tot}}^{01} = E_{\text{cat}}^{01} = E_{\text{and}}^{01} = 0.84 - (-0.32) = 1.16V$$

सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) में बाहरी सबस्ट्रेट को सम्मिलित करने से कोशिका के समग्र प्रदर्शन में सुधार की संभावना होती है। इलेक्ट्रोरासायनिक मध्यस्थों (electrochemical mediators) का रेडॉक्स अभिक्रिया विभव मान जीवाणु कोशिकाओं के NADH और कोशिका के एनोडिक भाग के मध्य पारस्परिक क्रिया द्वारा निर्धारित किया जा सकता है। यह रेडॉक्स अभिक्रिया घटकों के समवर्ती ऑक्सीकरण और अपचयन को दर्शाती है, जो पुनरुत्पादन प्रक्रियाओं के साथ संपन्न होती है [8]। MFC के एनोडिक पक्ष में जटिल कार्बोहाइड्रेटों का उपयोग ईंधन के रूप में किया जाता है। इन ईंधनों की मात्रा कोशिका के कुल विद्युत उत्पादन को निर्धारित करने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है। जटिल कार्बोहाइड्रेटों में से सेल्युलोज, सुक्रोज, फ्रुक्टोज, ग्लूकोज, जायलोज और एथेनॉल सबसे सामान्य रूप से प्रयुक्त सबस्ट्रेट्स हैं। हालाँकि, MFC की विशिष्ट धारा घनता (specific current density) अभी भी अनिश्चित बनी हुई है, जिसका प्रमुख कारण उच्च आंतरिक प्रतिरोध (internal resistance) है, जो प्रणाली की विद्युत उत्पादन क्षमता को गंभीर रूप से प्रभावित करता है। यह आंतरिक प्रतिरोध कई कारकों से जुड़ा होता है, जैसे कि एनोड और कैथोड पर प्रयुक्त सामग्री, प्रोटॉन एक्सचेंज मेम्ब्रेन (PEM) की संरचना, तथा सबस्ट्रेट फीड की सांद्रता और गति।

### पिंटो केस अध्ययन

यह अध्ययन सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं (MFCs) के लिए विभिन्न मॉडलिंग तकनीकों का मूल्यांकन करने का उद्देश्य रखता है। MFC के प्रदर्शन को बेहतर बनाना और प्रणाली के कुशल डिजाइन एवं अनुकूलन को सक्षम बनाना अत्यधिक महत्व रखता है [9]।

यह अध्ययन सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं (MFCs) हेतु विभिन्न मॉडलिंग विधियों के मूल्यांकन पर केंद्रित है। MFC के कार्यक्षमता में सुधार तथा प्रणाली के प्रभावी डिजाइन एवं अनुकूलन को सक्षम बनाना इस क्षेत्र में विशेष महत्व रखता है [9]।

### MFC के लिए द्रव्यमान संतुलन समीकरण

#### एनोडिक कक्ष के लिए द्रव्यमान संतुलन समीकरण

$$\frac{dG}{dt} = q_e x_e - q_n x_n + dG \quad \dots(1)$$

जहाँ,

$q_e$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव की उपभोग दर

$q_n$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव की उपभोग दर

$x_e$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव की सांद्रता

$x_n$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव की सांद्रता

$d$  = पतलीकरण दर (dilution rate),  $= \frac{F_R}{V}$

$F_R$  = फीड फ्लो दर

$V =$  आयतन (वॉल्यूम)

$G =$  एनोडिक कक्ष में ग्लूकोज की सांद्रता

$$\frac{dx_c}{dt} = \mu_c x_c - Dd_c x_c + \beta_1 x_n \quad \dots(2)$$

$\mu_c =$  इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले बैक्टीरिया की वृद्धि दर

$x_c =$  इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले बैक्टीरिया की सांद्रता

$Dd_c =$  इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले बैक्टीरिया की क्षय दर (decay rate)

$$\frac{dx_n}{dt} = \mu_n x_n - Dd_n x_n + \beta_1 x_n \quad (3)$$

$\mu_n =$  वृद्धि के कारण जैवफिल्म में बैक्टीरिया की वृद्धि

$x_n =$  गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले बैक्टीरिया की सांद्रता

$Dd_n =$  गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले बैक्टीरिया की क्षय दर

जैसे ही जैवफिल्म की मोटाई स्थिर अवस्था (steady state) के समीप पहुँचती है, उस स्थिति को स्थायी चरण (stationary phase) मानते हुए जैवफिल्म प्रतिधारण (biofilm retention) के लिए निम्नलिखित समीकरण प्राप्त किया जा सकता है:

$$\beta_1 = 0 \quad (4)$$

अथवा,

$$\beta_1 = \frac{(\mu_c - Dd_c)x_c + (\mu_n - Dd_n)x_n}{x_c + x_n} \quad (5)$$

यदि  $x_c + x_n \geq x_{max1}$

$x_{max1} =$  जैवफिल्म की पहली परत में अधिकतम जैवभार (biomass) की सांद्रता

**इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों के लिए द्रव्यमान संतुलन समीकरण:**

$$N_{TOTAL} = N_{Red} + N_{OX} \quad (6)$$

$N_{TOTAL} =$  प्रति सूक्ष्मजीव कुल मध्यस्थ अणु (arbitrator) का अंश.

$N_{Red} =$  इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव प्रति, अपचयित मध्यस्थ का अंश

$N_{OX} =$  इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव प्रति, ऑक्सीकरण अवस्था में मध्यस्थ का अंश

$$\frac{dN_{OX}}{dt} = -Eq_{ac} + \frac{cI_{MFC}}{Vx_c \delta F} \quad (7)$$

$E_a$  = मध्यस्थ (arbitrator) की उपज

$q_e$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाला सूक्ष्मजीव

$\varepsilon$  = मध्यस्थ का मोलर द्रव्यमान

$I_{MFC}$  = सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) द्वारा उत्पन्न धारा

$\delta$  = स्थानांतरित इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$F$  = फ़ैराडे नियतांक (प्रत्येक मोल इलेक्ट्रॉन के लिए चार्ज)

### गतिक समीकरण

MFC के लिए गतिक समीकरण नीचे प्रस्तुत है:

$$\mu_e = \mu_{\max e} \frac{G}{H_{se} + G} \frac{N_{OX}}{K_N + N_{OX}} \quad (8)$$

$$\mu_n = \mu_{\max n} \frac{G}{H_{sa} + G} \quad (9)$$

$$q_e = q_{\max e} \frac{G}{H_{se} + G} \frac{N_{OX}}{K_N + N_{OX}} \quad (10)$$

$$q_n = q_{\max n} \frac{G}{H_{sn} + G} \quad (11)$$

$\mu_{\max e}$  = उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की अधिकतम वृद्धि दर

$\mu_{\max n}$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की अधिकतम वृद्धि दर

$q_{\max e}$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की अधिकतम उपभोग दर

$q_{\max n}$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की अधिकतम उपभोग दर

$H_s$  = अर्ध-संतृप्ति नियतांक (Half-saturation constant)

### विद्युत-रासायनिक समीकरण

नीचे उल्लिखित समीकरण का उपयोग करके MFC की धारा (current) निर्धारित की गई:

$$I_{MFC} = \frac{V_{CCP} - \frac{RT}{F} \ln \frac{N_{TOTAL}}{N_{red}}}{R_{int} + R_{ext}} \quad (12)$$

$V_{CCP}$  = क्लोज्ड सर्किट वोल्टेज

$R_{int}$  = आंतरिक प्रतिरोध

$R_{ext}$  = बाह्य प्रतिरोध.

MFC का वोल्टेज

$$V = CCP - \eta_{act} - \eta_{ohm} - \eta_{concen} \quad (13)$$

दिए गए संदर्भ में, CCP का आशय क्लोज-सर्किट वोल्टेज से है, जो उस वोल्टेज को दर्शाता है जब परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं हो रही होती। कुल सक्रियण हानि ( $\mu_{act}$ ) के दो उप-घटक होते हैं – एनोड सक्रियण हानि और कैथोड सक्रियण हानि। वोल्टेज सक्रियण हानियों की गणना टैफल समीकरण (Tafel's equation) के माध्यम से की जा सकती है, जो सक्रियण अधिविभव (activation overpotential) और धारा घनत्व के बीच संबंध स्थापित करता है। इसके अतिरिक्त, दो अन्य प्रकार की हानियाँ भी होती हैं –  $\mu_{ohm}$ , जो कि ओमिक हानि (ohmic loss) को दर्शाता है, और  $\mu_{concen}$ , जो सांद्रण हानि (concentration loss) को सूचित करता है [10]।

$$\eta_{act} = \eta_{ca} + \eta_{an} \quad (14)$$

$$\eta_{an} = b_{an} * \ln \frac{i}{i_0} \quad (15)$$

$$\eta_{ca} = b_{ca} * \ln \frac{i}{i_0} \quad (16)$$

यहाँ  $b_{an}$ ,  $b_{ca}$ ,  $i_0$ , और  $I$  क्रमशः एनोड का टैफल ढलान (V), कैथोड का टैफल ढलान (V), विनिमय धारा (A), और धारा (A) को दर्शाते हैं। सक्रियण हानि (activation loss) को समीकरण (14) में समीकरण (15) एवं (16) प्रतिस्थापित करके प्राप्त किया जाता है।

$$\eta_{act} = b_{ca} * \ln \frac{i}{i_0} + b_{an} * \ln \frac{i}{i_0} \quad (17)$$

$$\eta = b_{act} * \ln \frac{i}{i_0} \quad (18)$$

ओमिक हानि को समीकरण (19) द्वारा निरूपित किया जाता है

$$\eta_{ohm} = R_{ohmic} i \quad (19)$$

Rohmic ( $\Omega$ ) MFC में ओमिक प्रतिरोध को दर्शाता है, जैसा कि समीकरण (19) में प्रदर्शित किया गया है। सांद्रण हानि (concentration loss) का निर्माण समीकरण (15) के अनुसार किया गया है।

$$\eta_{concen} = C * \ln \frac{i_i}{i_1 - i} \quad (20)$$

समीकरण (20) में, सांद्रण हानि की ढलान (V) और सीमा धारा (A) को क्रमशः C और  $I_i$  द्वारा दर्शाया गया है। सीमा धारा (limiting current) MFC में प्राप्त की जा सकने वाली अधिकतम धारा होती है। सामान्य ध्रुवीकरण समीकरण (general polarization equation) को समीकरण (18), (19) एवं (20) को समीकरण (13) में प्रतिस्थापित कर प्राप्त किया गया है।

$$V = CCV - b_n * \ln \frac{i}{i_0} - R_{ohmic} i - C * \ln \frac{i_i}{i_i - i} \quad (21)$$

समीकरण (21) अंतिम समीकरण था जिसे ध्रुवीकरण वक्र (polarisation curve) के मॉडलिंग के लिए उपयोग में लिया गया। इस समीकरण में पाँच अज्ञात पैरामीटर थे – B, io, Rohmic, C, और li। इन पैरामीटरों को वोल्टेज-करंट के प्रायोगिक डेटा पर आधारित करते हुए अनुकूलन एल्गोरिथ्म (optimization algorithm) के माध्यम से समायोजित किया गया। अनुकूलन एल्गोरिथ्म ने उद्देश्य फलन (objective function) को न्यूनतम करते हुए अज्ञात पैरामीटरों का समायोजन किया। वर्तमान अध्ययन में पैरामीटरों के मूल्यांकन हेतु सापेक्ष वर्ग त्रुटि (RSE) को उद्देश्य फलन के रूप में प्रयोग किया गया।

$$RES = \sum \sqrt{\frac{(V_{Model} - V_{Ex})}{V_{Ex}}} \quad (22)$$

ध्रुवीकरण वक्र (polarization curve) का मॉडल तैयार करने के लिए MATLAB सॉफ्टवेयर का उपयोग किया गया, जिसमें पैरामीटर मूल्यांकन हेतु खोज डोमेन को एक स्वीकार्य सीमा तक सीमित किया गया। अज्ञात पैरामीटरों को समायोजित करने के लिए जेनेटिक एल्गोरिथ्म (Genetic Algorithm) का उपयोग किया गया। इस एल्गोरिथ्म में 1,000,000 व्यक्तियों की जनसंख्या, 5% एलीट गणना (elite count), और 0.8 क्रॉसओवर मान (crossover value) निर्धारित किया गया था। इस विधि ने अनुकूलन प्रक्रिया को सरल बनाया और मॉडल के लिए सर्वोत्तम पैरामीटरों की पहचान को संभव बनाया [11]।

## परिणाम और चर्चा

### प्रकरण अध्ययन

पिंटो द्वारा किए गए एक केस अध्ययन में, पूर्व उल्लिखित मॉडल को कुछ पैरामीटर समायोजनों के साथ मॉडल सत्यापन हेतु लागू किया गया। सबस्ट्रेट, इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों तथा गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों के मूल पैरामीटर मान क्रमशः 450 mg/L, 80 mg/L और 5 mg/L निर्धारित किए गए थे। यह सिमुलेशन 8 दिनों तक चला और समीकरणों तथा पैरामीटरों का विश्लेषण MATLAB सॉफ्टवेयर की सहायता से किया गया, जिन्हें बाद में हल किया गया।

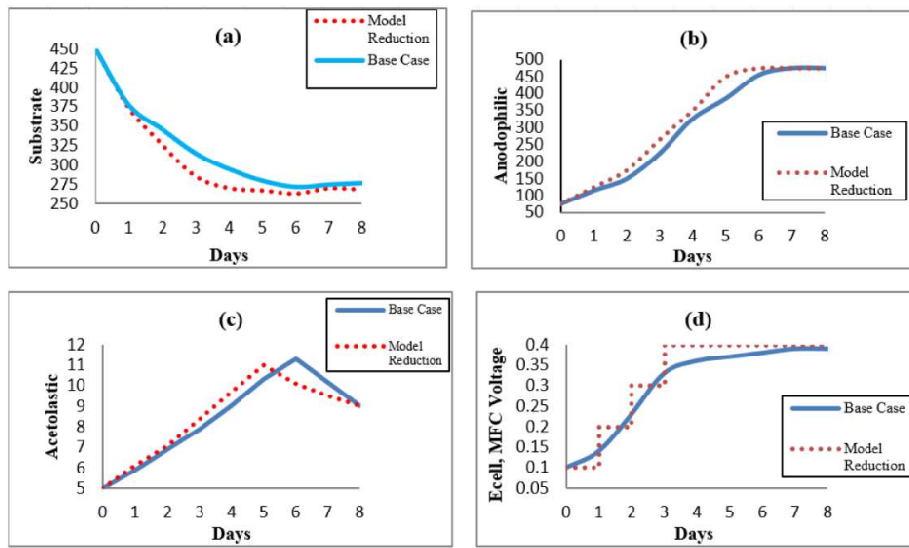
चित्र 4 में समय एवं दिनों के साथ दर्ज की गई सांद्रताओं को प्रदर्शित किया गया है।

चित्र 4a में सांद्रता परिवर्तनों को दर्शाया गया है, जिसमें प्रतिक्रिया के प्रारंभिक चरणों के दौरान सबस्ट्रेट (S) की सांद्रता में क्रमिक गिरावट देखी गई। छठवें दिन तक यह सांद्रता घटकर 275 mg/L हो गई। इसके पश्चात थोड़ी वृद्धि हुई और अध्ययन के अंत (8वें दिन) तक यह 280 mg/L तक पहुँच गई, जो अपघटन दर में कमी को इंगित करता है।

चित्र 4b इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की सांद्रता में उतार-चढ़ाव को दर्शाता है। इनकी सांद्रता में स्पष्ट वृद्धि देखी गई, जो 7वें दिन तक 485 mg/L हो गई, इसके बाद यह शेष अवधि के लिए स्थिर बनी रही।

चित्र 4c गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की सांद्रता में हुए परिवर्तनों को दर्शाता है। छठे दिन तक इसमें तीव्र वृद्धि हुई और सांद्रता 11.2 mg/L तक पहुँच गई, जिसके बाद 8वें दिन तक इसमें तेजी से गिरावट आई।

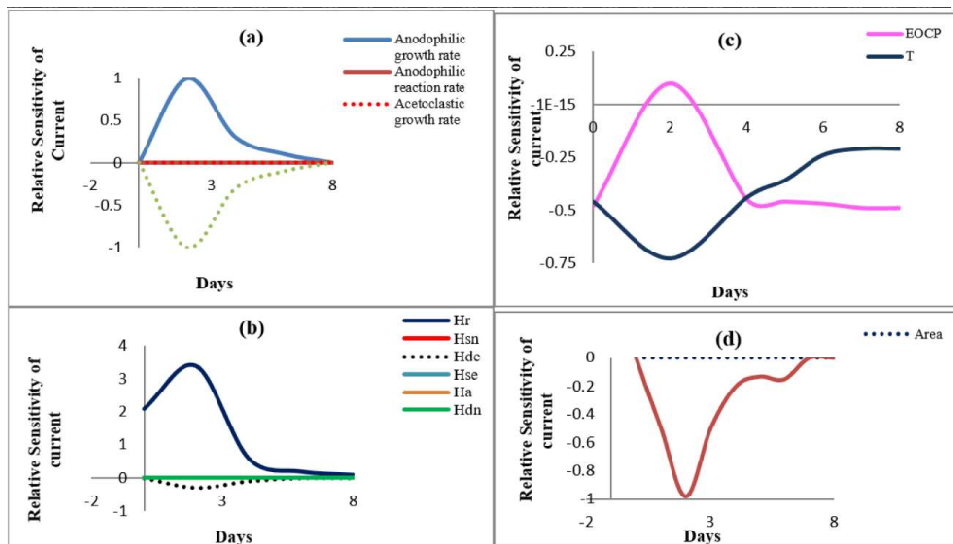
अंततः, चित्र 4d में MFC मॉडल का वोल्टेज (E-cell) प्रस्तुत किया गया है। प्रारंभ में E-cell में वृद्धि देखी गई, जो 5 दिनों के बाद 0.38V तक पहुँच गया। इसके पश्चात यह मान केस स्टडी के अंत तक स्थिर बना रहा।



**Fig. 4. (a) Substrate concentrate, (b) Anodophilie (Electron generating microorganism) concentration, (c) Acetolastic (Non-electron generating microorganism) concentration, (d) MFC Voltage**

**निदर्श प्राचल**

चित्र 5a अधिकतम वृद्धि दर और अभिक्रिया दर के बीच के संबंध तथा उनके द्वारा उत्पन्न धारा पर पड़ने वाले प्रभाव को दर्शाता है। ग्राफ यह स्पष्ट करता है कि अधिकतम धारा उत्पादन के लिए सबसे अनुकूल पैरामीटर इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की अधिकतम वृद्धि दर और उससे संबद्ध अभिक्रिया दर है। हालाँकि, जब बात गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीवों की होती है, तो इन पैरामीटरों में परिवर्तन का उत्पन्न धारा पर कोई प्रभाव नहीं देखा गया।



**Fig. 5. Current relative sensitivity with respect to: (a) Maximum growth rate and reaction rates, (b) Half rate and decay rates, (c) Operating parameters, (d) Design parameters**

### हाफ रेट और सूक्ष्मजीव क्षय दर:

धारा (current) पर हाफ रेट तथा सूक्ष्मजीवों के क्षय प्रभाव को चित्र 5b में दर्शाया गया है।

$H_A$  = मध्यस्थ का अर्ध-दर नियतांक

$H_R$  = प्रतिरोध वक्र की तीव्रता (ढलान)

$H_{Sc}$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव का अर्ध-दर नियतांक

$H_{Sn}$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव का अर्ध-दर नियतांक

$H_{dc}$  = इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव का क्षय नियतांक

$H_{dn}$  = गैर-इलेक्ट्रॉन उत्पन्न करने वाले सूक्ष्मजीव का क्षय नियतांक

### परिचालन मानदंड

चित्र 5c विभिन्न परिचालन मानदंडों (operating parameters) के धारा उत्पादन (current output) पर प्रभाव को दृश्य रूप से प्रदर्शित करता है। अध्ययन के निष्कर्ष इस ओर संकेत करते हैं कि क्लोज्ड-सर्किट वोल्टेज ( $V_{CCP}$ ) और सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) का तापमान (T), धारा उत्पादन पर महत्वपूर्ण प्रभाव डालते हैं। हालाँकि, कुल मध्यस्थ भार प्रतिशत ( $N_{TOTAL}$ ), दाब (P) और आवक प्रवाह (Fin) का धारा उत्पादन पर कोई विशेष प्रभाव नहीं देखा गया, जैसा कि मोलेटा एवं अन्य द्वारा किए गए अध्ययन में पाया गया था [12]।

### डिजाइन मानदंड

चित्र 5d यह दर्शाता है कि एनोडिक कक्ष का आयतन (V) और एनोड की सतह क्षेत्रफल (A), धारा उत्पादन को कैसे प्रभावित करते हैं। परिणामों से स्पष्ट होता है कि एनोडिक कक्ष का आयतन एक महत्वपूर्ण कारक हो सकता है, किंतु यदि प्रणाली में कार्बनिक यौगिकों की मात्रा अधिक हो, तो यह प्रभाव सीमित हो सकता है। दूसरी ओर, जंग एवं अन्य द्वारा किए गए एक अध्ययन में यह निष्कर्ष निकाला गया कि एनोड की सतह क्षेत्रफल (A) का उत्पन्न धारा पर अत्यल्प प्रभाव पड़ता है [13]।

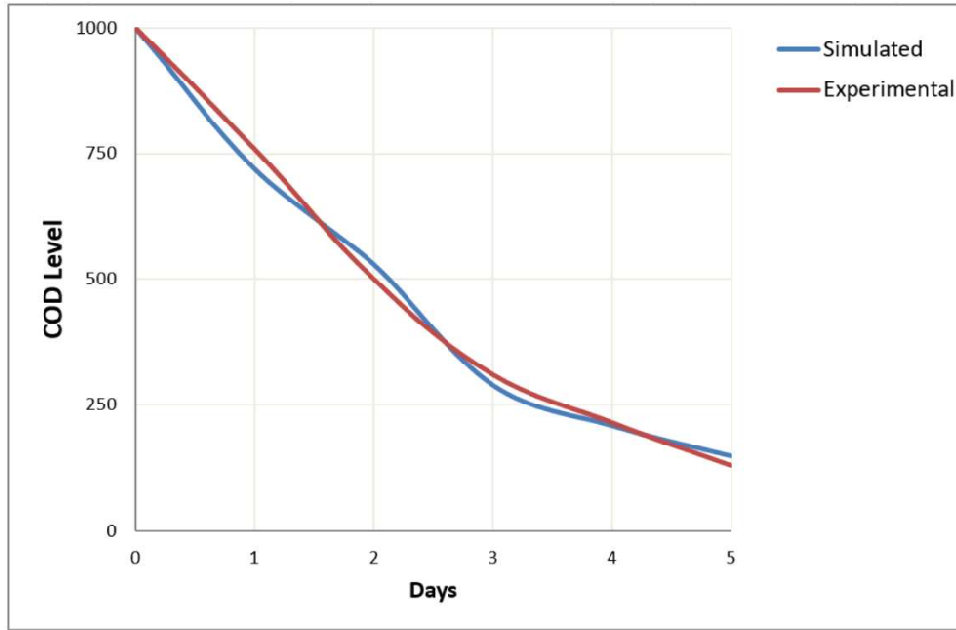
### MFC प्रमाणीकरण

एक प्रयोग किया गया ताकि पिंटो एवं अन्य द्वारा प्रस्तावित एक पूर्वानुमान डेटा मॉडल की सटीकता का परीक्षण किया जा सके। इस प्रयोग में एकल बैच, ग्लूकोज-आधारित सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) से प्राप्त डेटा का उपयोग करते हुए उन प्रमुख पैरामीटरों की पहचान की गई, जो MFC के प्रदर्शन को प्रभावित करते हैं।

संवेदनशीलता विश्लेषण (sensitivity analysis) किया गया, जिसमें पिंटो के मॉडल में कुछ पैरामीटरों को संशोधित किया गया, जबकि अन्य को स्थिर रखा गया [14]। किए गए परिवर्तनों को सिमुलेशन में लागू कर वास्तविक प्रयोग के परिणामों से तुलना की गई।

चित्र 6 में समय के साथ Chemical Oxygen Demand (COD) के रूप में मापी गई ग्लूकोज की गिरावट को दर्शाया गया है। ग्राफ यह स्पष्ट रूप से दिखाता है कि समय के साथ ग्लूकोज की सांद्रता में उल्लेखनीय कमी आई, जिससे प्रारंभिक और अंतिम COD मानों के बीच स्पष्ट अंतर देखा गया।

विशेष रूप से, प्रारंभिक COD मान 1000 mg/l और अंतिम COD मान 115 mg/l था। चित्र 6 सिमुलेटेड और प्रायोगिक COD परिणामों की स्पष्ट तुलना प्रस्तुत करता है।



**Fig. 6. Behaviors of COD for simulated results and experimental data.**

#### मॉडल सरलीकरण

संवेदनशीलता विश्लेषण से प्राप्त परिणामों का उपयोग MFC के लिए एक समीकरण तथा एक सरलीकृत विश्लेषणात्मक समीकरण विकसित करने हेतु किया गया। इन समीकरणों को अंतिम परिणाम प्राप्त करने के लिए लागू किया गया।

मान लेते हुए कि  $H_{se}$ ,  $H_{Sn}$ ,  $H_{de}$ ,  $H_{dn}$  शून्य हैं, निम्नलिखित समीकरण प्राप्त हुए।

$$\mu_e = \mu_{max n} \quad (23)$$

$$q_e = q_{max n} \quad (24)$$

यदि  $X_e + X_n < X_{max 1}$

$$\frac{dG}{dT} = -q_{max e} \frac{N_{0X}}{H_A + N_{0X}} \frac{G}{H_{se} + G} X_e - q_{max n} X_n + dG \quad (25)$$

$$\frac{dX_e}{dT} = -\mu_{max e} \frac{N_{0X}}{H_A + N_{0X}} \frac{G}{H_{se} + G} X_e \quad (26)$$

$$\frac{dX_n}{dT} = \mu_{max e} X_n \quad (27)$$

$$X_n = X_{n,0} e^{\mu_{max n} t} \quad (28)$$

$$0 = -E_a q_{max e} + \frac{N_{0X}}{H_A + N_{0X}} \frac{CI_{MFC}}{V X_e \delta F} \quad (29)$$

$$I_{MFC} = V_{CCP} - \frac{\frac{RT}{F} \ln \frac{N_{TOTAL}}{N_{red}}}{R_{int} + R_{ext}} \quad (30)$$

यदि  $X_e + X_n > X_{max1}$

$$\frac{dX_n}{dt} = \frac{-\mu_{maxe} - \mu_{maxn}}{X_{max1}} X_e X_n \quad (31)$$

$$\frac{dX_e}{dt} = \frac{\mu_{maxe} - \mu_{maxn}}{X_{max1}} X_e X_n \quad (32)$$

$$\frac{X_e}{X_{max1}} = \frac{X_{eq} e^{\mu_{maxe} - \mu_{maxn} t}}{(X_{max1} - X_{eo} + X_{eo}) e^{\mu_{maxe} - \mu_{maxn} t}} \quad (32)$$

चित्र 4 हमारे मॉडल में उपर्युक्त समीकरणों के अनुप्रयोग एवं परिणामों को प्रदर्शित करता है, जहाँ सरलीकृत मॉडल और पूर्ण मॉडल के बीच उल्लेखनीय समानता देखी गई है। यह सफल समायोजन (fitting) इस अध्ययन में विकसित किए गए समीकरणों की सटीकता और प्रभावशीलता की पुष्टि करता है।

### सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) की ऊर्जा उत्पादकता का अनुकूलन

ऊर्जा उत्पादकता बढ़ाने के लिए अगला चरण सबसे अनुकूल बाह्य प्रतिरोध (external resistance) का निर्धारण करना था। इसके लिए हमने प्रयोग किए और परिणामों का अनुकूलन करते हुए शक्ति उत्पादन के अधिकतम योग को तालिकाबद्ध किया। बाह्य प्रतिरोध को समायोजित करके सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिका (MFC) की अधिकतम उत्पादकता प्राप्त करने हेतु MATLAB का उपयोग किया गया।

इस अनुकूलन प्रक्रिया के परिणामस्वरूप हम 0.38V की अधिकतम विभव क्षमता वाली MFC तैयार करने में सफल हुए।

### निष्कर्ष

संवेदनशीलता विश्लेषण के परिणामों के आधार पर, सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं (MFCs) के लिए सरल विश्लेषणात्मक समीकरण विकसित किए गए हैं, जो जैव-वैद्युत रासायनिक प्रणालियों के क्षेत्र में एक महत्वपूर्ण प्रगति का संकेत देते हैं।

प्रथमतः, सूक्ष्म शोध एवं संवेदनशीलता विश्लेषण ने MFC के व्यवहार की जटिल गतिशीलता को स्पष्ट किया है, जिसके फलस्वरूप पूर्वानुमानात्मक समीकरण विकसित किए गए हैं जो मॉडल को सरल बनाते हैं और इसकी पूर्वानुमान सटीकता में सुधार करते हैं। ये समीकरण MFC प्रदर्शन को प्रभावित करने वाले कारकों की महत्वपूर्ण अंतर्दृष्टि प्रदान करते हैं और परिचालन मानदंडों के अनुकूलन के लिए एक व्यावहारिक उपकरण के रूप में कार्य करते हैं।

द्वितीयतः, पिंटो एवं अन्य (2010) द्वारा प्रस्तावित एक पूर्वानुमान मॉडल को प्रायोगिक आंकड़ों के माध्यम से मान्य करना इस बात की पुष्टि करता है कि यह मॉडल MFC व्यवहार को सटीक रूप से प्रतिबिंबित करता है। इसके पश्चात MATLAB का उपयोग करते हुए किए गए अनुकूलन ने MFC प्रणाली में ऊर्जा उत्पादकता अधिकतम करने हेतु इष्टतम स्थितियों की पहचान की।

अनुभवजन्य डेटा – विशेष रूप से समय के साथ सबस्ट्रेट सांद्रता में देखी गई कमी – को मॉडल में सम्मिलित कर विकसित समीकरणों की पूर्वानुमान क्षमताओं की पुष्टि की गई है। इसके अतिरिक्त, अनुकूलन परिणाम यह दर्शाते हैं कि प्रणालीगत समायोजन के माध्यम से ऊर्जा उत्पादन दक्षता को और अधिक बढ़ाया जा सकता है।

ये निष्कर्ष MFCs में संरचनात्मक घटकों तथा सूक्ष्मजीव पारस्परिक क्रियाओं को परिष्कृत करने के महत्त्व को रेखांकित करते हैं, जिससे उनकी विद्युत घनता (power density) और नवीकरणीय ऊर्जा स्रोत के रूप में प्रतिस्पर्धात्मकता में वृद्धि की जा सकती है। साथ ही, उन्नत संगणकीय तकनीकों के एकीकरण से संभावित प्रगति और विस्तृत अनुप्रयोग क्षेत्रों की संभावनाएँ उजागर होती हैं।

सारांश रूप में, यह समग्र विश्लेषण सैद्धांतिक समझ, प्रायोगिक मान्यता और अनुकूलन रणनीतियों के मध्य एक सेतु का कार्य करता है, जो ऊर्जा उत्पादन और पर्यावरणीय उपचार सहित विभिन्न क्षेत्रों में सूक्ष्मजीव ईंधन कोशिकाओं के अधिक कुशल एवं सतत उपयोग का मार्ग प्रशस्त करता है।

### प्रतिस्पर्धी हित

लेखकों ने किसी भी प्रकार के प्रतिस्पर्धी हित होने से इनकार किया है।

### संदर्भ

1. Cao, B., Zhao, Z., Peng, L., Shiu, H. Y., Ding, M., Song, F. and Huang, Y. (2021). Silver nanoparticles boost charge-extraction efficiency in *Shewanella* microbial fuel cells, *Science*, 373(6561), 1336-1340.
2. Liu, H., Ramnarayanan, R., and Logan, B. E. (2004). Production of electricity during wastewater treatment using a single chamber microbial fuel cell, *Environmental science & technology*, 38(7), 2281-2285.
3. Herrero-Hernández, E., Smith, T. J., and Akid, R. (2013). Electricity generation from wastewaters with starch as carbon source using a mediator less microbial fuel cell, *Biosensors and Bioelectronics*, 39(1), 194-198.
4. Modi, J., Choumal, A., Vyas, D., Shah, D., Joshi, K., Patel, K. and Iyer, K. (2022). Sustainable technology for modern era effluent treatment: Microbial fuel cell, *Materials Today: Proceedings*, 57, 1781-1788.
5. Ou, S., Kashima, H., Aaron, D. S., Regan, J. M. and Mench, M. M. (2016). Multi-variable mathematical models for the air-cathode microbial fuel cell system, *Journal of Power Sources*, 314, 49-57.
6. Xia, C., Zhang, D., Pedrycz, W., Zhu, Y. and Guo, Y. (2018). Models for microbial fuel cells: a critical review, *Journal of Power Sources*, 373, 119-131.
7. Zhang, X. C., and Halme, A. (1995). Modelling of a microbial fuel cell process, *Biotechnology Letters*, 17, 809-814.
8. Pinto, R. P., Tartakovsky, B., and Srinivasan, B. (2012). Optimizing energy productivity of microbial electrochemical cells, *Journal of Process Control*, 22(6), 1079-1086.
9. Pinto, R. P., Srinivasan, B., Manuel, M. F., and Tartakovsky, B. (2010). A two-population bio-electrochemical model of a microbial fuel cell, *Bioresource technology*, 101(14), 5256-5265.
10. Arcand, Y., Chavarie, C., and Guiot, S. R. (1994). Dynamic modelling of the population distribution in the anaerobic granular biofilm, *Water Science and Technology*, 30(12), 63.

11. Khater, D. Z., El-Khatib, K. M., and Hassan, H. M. (2017). Microbial diversity structure in acetate single chamber microbial fuel cell for electricity generation, *Journal of Genetic Engineering and Biotechnology*, 15(1), 127-137.
12. Moletta, R., Verrier, D., and Albagnac, G. (1986) Dynamic modelling of anaerobic digestion, *Water research*, 20(4), 427-434.
13. Zeng, Y., Choo, Y. F., Kim, B. H., and Wu, P. (2010). Modelling and simulation of two-chamber microbial fuel cell, *Journal of Power Sources*, 195(1), 79-89.
14. Aboeela, D., Soliman, M. A., and Ashour, I. (2020). A reduced model for microbial fuel cell, *Chemical Engineering Transactions*, 79, 43-48.