

विभिन्न अरैखिक अव्यवस्थित प्रणालियों के एंटी-सिंक्रनाइजेशन, द्विभाजन और पॉइंकेयर अनुभागों का अध्ययन Study of Anti-synchronization, bifurcation and Poincare section of different nonlinear chaotic systems

रामप्रवेश प्रसाद

Ram Pravesh Prasad

Department of Mathematics, Hansraj College, University of Delhi, New Delhi-07, India

ram.mbhudu@gmail.com

<https://doic.org/10.0729/VP.2024658216>

सारांश

इस शोध पत्र में, हम द्विभाजन आरेख, पॉइंकेयर अनुभाग, ल्यपुनोव प्रतिपादक, संतुलन बिंदु आदि का उपयोग करके निकाय के गुणात्मक व्यवहार का अध्ययन प्रस्तावित कर रहे हैं। निकाय के ज्ञात मापदंडों के सापेक्ष द्विभाजन आरेख का विश्लेषण किया गया है। उपग्रह के विभिन्न बुआई अक्षों के साथ पॉइंकेयर अनुभाग खींचे गए हैं। विभिन्न संतुलन बिंदुओं पर निकाय के लिए जैकोबियन मैट्रिक्स के अभिलाक्षणिक मान (Eigen Value) की गणना अस्थिर क्षेत्रों को सही ठहराने के लिए की जाती है। ल्यपुनोव प्रतिपादकों को अनुमानित किया गया है। इन अध्ययनों से व्यवस्थाओं में अव्यवस्था की पहचान की गई है। निकाय के समीकरणों का समाधान त्रि-आयामी, द्वि-आयामी और समय श्रृंखला चरण चित्रों के रूप में तैयार किया जाता है। चरण चित्र विचाराधीन प्रणाली की अव्यवस्थित प्रकृति को प्रदर्शित करते हैं। सक्रिय अरैखिक नियंत्रण विधि के माध्यम से त्रिआयामी अरैखिक चैन-ली, लोरेंज-स्टेनफ्लो और लियू-चेन अव्यवस्थित प्रणालियों के बीच एंटी-सिंक्रनाइजेशन की जांच की गई है। ल्यपुनोव के स्थिरता सिद्धांत द्वारा स्थिरता परिणामों की चर्चा की गई है। सक्रिय नियंत्रण विधि प्राप्त एंटी-सिंक्रनाइजेशन के लिए अधिक कुशल है, और प्रस्तावित विधि द्वारा संख्यात्मक परिणामों पर भी चर्चा की गई है।

Abstract

In this paper, we are proposing to study the qualitative behaviour of the systems using bifurcation diagrams, Poincaré section, Lyapunov exponents, equilibrium points, etc. Bifurcation diagrams with respect to the known parameters of systems are analysed. Poincaré sections with different sowing axes of the satellite are drawn. Eigenvalues of Jacobian matrices for the system at different equilibrium points are calculated to justify the unstable regions. Lyapunov exponents are estimated. From these studies, chaos is identified in the Systems. Solution of equations of system is drawn in the form of three-dimensional, two-dimensional and time series phase portraits. Phase portraits display the chaotic nature of the considered system. The anti-synchronization between the three dimensional nonlinear Chen-Lee, Lorenz-Stenflo and Liu-Chen chaotic systems via active nonlinear control method are investigated. The stability results are discussed by stability theory of Lyapunov. The active control method is more efficient to obtain anti-synchronization, and numerical results are also discussed by proposed method.

मुख्य शब्द : चैन-ली सिस्टम, लोरेंज-स्टेनफ्लो सिस्टम, लियू-चेन सिस्टम, द्विभाजन आरेख; पॉइंकेयर अनुभाग मानचित्र सक्रिय नियंत्रण, ल्यपुनोव का स्थिरता सिद्धांत.

Keywords: Chen-Lee systems, Lorenz-Stenflo systems, Liu-Chen systems, Bifurcation diagram; Poincaré section map active control, stability theory of Lyapunov

परिचय

पेकोरा और कैरोल [1] ने कैओस सिंक्रोनाइजेशन की अवधारणा विकसित की और विभिन्न प्रारंभिक स्थितियों को लेकर अरैखिक निकाय को सिंक्रोनाइज किया, और कई नेटवर्क सिग्नल प्रोसेस सिस्टम में एप्लिकेशन पाए।

अव्यवस्थित और अतिअव्यवस्थित प्रणालियों के बीच कई अलग-अलग प्रकार के सिंक्रोनाइजेशन पेश किए गए हैं, जैसे अव्यवस्थित सिंक्रोनाइजेशन, एंटी-सिंक्रोनाइजेशन आदि। पूर्ण सिंक्रोनाइजेशन को दो अव्यवस्थित प्रक्षेप वक्रों, $x(t) = y(t)$ के अभिसरण के रूप में परिभाषित किया गया है। लेकिन एंटी-सिंक्रोनाइजेशन में दो अव्यवस्थित प्रणालियों के अवस्था सदिश का निरपेक्ष मान समान है और वे विपरीत चिह्न यानी $-y(t) = x(t)$ में हैं। प्रक्षेप्य तुल्यकालन में अवस्था सदिश आनुपातिक पैमाने में होते हैं अर्थात $x(t) = \alpha y(t)$ जहां α एक वास्तविक संख्या है।

एंटी-सिंक्रोनाइजेशन प्रारंभिक स्थिति Y_0 के साथ रिस्पॉन्सर के प्रक्षेपवक्र को परिभाषित करता है, प्रारंभिक स्थिति x_0 के साथ विपरीत दिशा में ड्राइवर तक पहुंच सकता है। दो या दो से अधिक युग्म प्रणालियों के बीच कैओस सिंक्रोनाइजेशन दृष्टिकोण होता है जिसमें एक को मास्टर या ड्राइव के रूप में जाना जाता है और दूसरे को स्लेव या प्रतिक्रिया प्रणाली के रूप में जाना जाता है।

अरैखिक अव्यवस्थित प्रणालियों को युग्मित करने के लिए कई अलग-अलग तरीकों को सफलतापूर्वक लागू किया गया है, जैसे अनुकूली नियंत्रण, सक्रिय नियंत्रण, बैक स्टेपिंग डिजाइन और अरैखिक नियंत्रण आदि। इन तरीकों के साथ, अव्यवस्थित प्रणालियों की सिंक्रोनाइजेशन समस्याओं पर कई शोधकर्ताओं द्वारा पूर्व में भी शोध किये गए हैं।

निकाय विवेचन

ड्राइवर अरैखिक निकाय को निम्न प्रकार परिभाषित किया गया है,

$$x' = g(x)$$

प्रतिक्रिया प्रणाली को निम्न प्रकार परिभाषित किया गया है,

$$y' = f(y) + u(x,y)$$

जहां x, y निकाय के स्थिति चर हैं और $g, f: R^n \rightarrow R^n$ निकाय का अरैखिक हिस्सा हैं और $u(x, y)$ नियंत्रक हैं।

सिंक्रोनाइजेशन त्रुटि को $e = x + y$ के रूप में परिभाषित करके निकाय के बीच एंटी-सिंक्रोनाइजेशन प्राप्त करने के लिए, और एक नियंत्रक $u(x, y)$ प्राप्त करें जिसके लिए प्रारंभिक स्थिति y_0 के साथ रिस्पॉन्सर निकाय के प्रक्षेपवक्र ड्राइवर निकाय के साथ असम्बद्ध रूप से संपर्क कर सकते हैं प्रारंभिक स्थिति x_0 विपरीत दिशा यानी " $\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) + x(t)\| = 0$ ", जहां $\|\cdot\|$ यूक्लिडियन मानदंड है।

अव्यवस्थित चैन-ली प्रणाली [7-8] इस प्रकार है :-

$$x_1' = -x_2 x_3 + a_1 x_1$$

$$x_2' = x_1 x_3 + b_1 x_2$$

$$x_3' = \frac{1}{3} x_1 x_2 + c_1 x_3$$

जहां " $x_1, x_2, x_3 \in R$ " अवस्था सदिश हैं और a_1, b_1, c_1 स्थिर प्राचल हैं। निकाय में प्राचल मान $a_1 = 5.1, b_1 = -11, c_1 = -3.9$ के लिए अव्यवस्थित व्यवहार है।

निकाय के संतुलन बिंदु निम्नलिखित समीकरणों की प्रणाली $x'(t) = 0$ को हल करके प्राप्त किए जाते हैं।

चैन-ली प्रणालियों के संतुलन बिंदु हैं

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -11.40175 \\ 7.76355 \\ -7.48985 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 11.40175 \\ -7.76355 \\ 7.45999 \end{bmatrix}, \quad E_3 = \begin{bmatrix} 11.40175 \\ 7.76355 \\ 7.48999 \end{bmatrix}$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} 11.40175 \\ -7.76355 \\ -7.48995 \end{bmatrix}$$

अव्यवस्थित लोरेज-स्टेनफ्लो प्रणाली [9] को इस

प्रकार परिभाषित किया गया है

$$\begin{aligned} x_1' &= a(x_2 - x_1) \\ x_2' &= x_1(c - x_3) - x_2 \\ x_3' &= x_1 x_2 - dx_3 \end{aligned} \quad E_4 = \begin{bmatrix} 7.74596 \\ -1.41421 \\ 2.19089 \end{bmatrix}$$

जहाँ " $x_1, x_2, x_3 \in R$ " अवस्था सदिश हैं और a, b, c, d स्थिर प्राचल हैं। निकाय में प्राचल मान $a=1.1, b=1.4, c=26.1, d=0.70$ के लिए अव्यवस्थित व्यवहार है।

लॉरेंज-स्टेनफ्लो निकाय के संतुलन बिंदु हैं—

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 4.1833 \\ 4.1833 \\ 25.00 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -4.1833 \\ 4.1833 \\ 25.000 \end{bmatrix}$$

अव्यवस्थित लियू-चेन प्रणाली [10] को इस प्रकार परिभाषित किया गया है—

$$\begin{aligned} x_1' &= ax_1 - x_2 x_3 \\ x_2' &= -bx_2 + x_1 x_3 \\ x_3' &= x_1 x_2 - cx_3 \end{aligned}$$

जहाँ " $x_1, x_2, x_3 \in R$ " अवस्था सदिश हैं और a, b, c स्थिर प्राचल हैं। निकाय में प्राचल मान $a=0.40, b=12.0, c=5.0$ के लिए अव्यवस्थित व्यवहार है।

लियू-चेन प्रणालियों के संतुलन बिंदु हैं

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -7.74596 \\ 1.41421 \\ -2.19089 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -7.74596 \\ -1.41421 \\ 2.19089 \end{bmatrix}, \quad E_3 = \begin{bmatrix} 7.74596 \\ 1.41421 \\ 2.19089 \end{bmatrix}$$

अव्यवस्थित चेन-ली प्रणाली और अव्यवस्थित लॉरेंज-स्टेनफ्लो प्रणालियों के बीच एंटी-सिंक्रनाइजेशन

यहाँ चेन-ली निकाय को मास्टर निकाय के रूप में और लॉरेंज-स्टेनफ्लो को स्लेव सिस्टम के रूप में लिया गया है, साथ ही एक उपयुक्त नियंत्रक खोजने और निकाय को सिंक्रनाइज करने पर भी चर्चा की गई है।

$$\begin{aligned} x_1' &= -x_2 x_3 + a_1 x_1 \\ x_2' &= x_1 x_3 + b_1 x_2 \\ x_3' &= \frac{1}{3} x_1 x_3 + c_1 x_3 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} y_1' &= a(y_2 - y_1) + u_1 \\ y_2' &= y_1(c - y_3) - y_2 + u_2 \\ y_3' &= y_1 y_2 - dy_3 + u_3 \end{aligned} \quad (3.2)$$

जहाँ " u_1, u_2, u_3 " नियंत्रक हैं और डिजाइन किए जाने हैं। सिंक्रनाइजेशन त्रुटि को इस प्रकार परिभाषित करें

$$e = x + y \quad (3.3)$$

(3.1) और (3.2) से त्रुटि गतिशीलता है

$$\begin{aligned} e_1' &= a(y_2 - y_1) - ae_1 + a_1 x_1 - x_2 x_3 + u_1 \\ e_2' &= y_1(c - y_3) - e_2 + x_2(1 + b_1) + x_1 x_2 + u_2 \\ e_3' &= y_1 y_2 - de_3 + \frac{1}{3} x_1 x_2 + x_3(d + c_1) + u_3 \end{aligned} \quad (3.4)$$

सक्रिय नियंत्रण सिद्धांत के अनुसार नियंत्रक को परिभाषित करते हुए

$$\begin{aligned} u_1 &= -a(y_2 + x_1) - a_1 x_1 + x_2 x_3 \\ u_2 &= -y_1(c - y_3) - x_2(1 + b_1) - x_1 x_2 \\ u_3 &= -y_1 y_2 - \frac{1}{3} x_1 x_2 - x_3(d + c_1) \end{aligned} \quad (3.5)$$

तब त्रुटि गतिकी

$$\begin{aligned} e_1 &= -ae_1 \\ e_2 &= -e_2 \\ e_3 &= -de_3 \end{aligned} \tag{3.6}$$

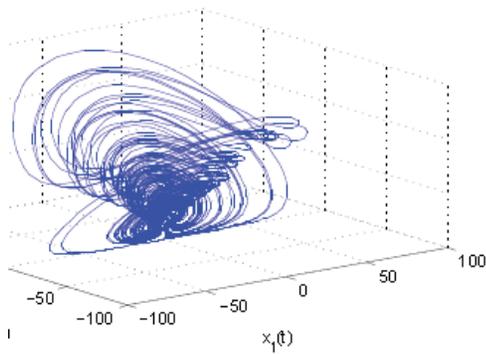
इसे मैट्रिक्स रूप में “ $e = Ae$,” के रूप में भी लिखा जा सकता है

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -d \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

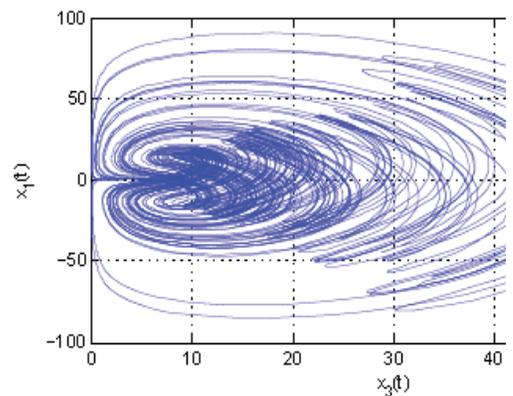
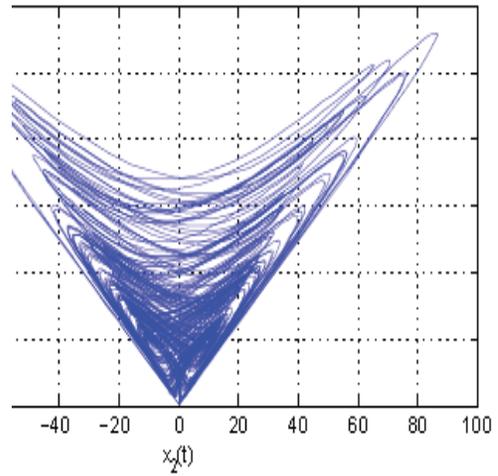
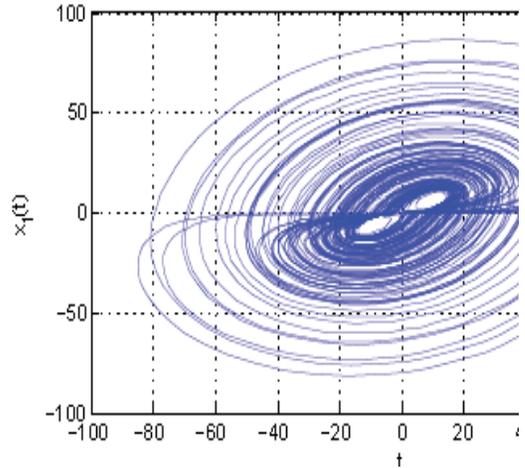
A का अभिलाक्षणिक मान ऋणात्मक है, इसलिए $t \rightarrow \infty, e_i \rightarrow 0$ इसलिए ल्यपुनोव [11] के सिद्धांत स्थिरता से त्रुटि प्रणाली स्पर्शोन्मुख रूप से स्थिर हो जाती है। इसका तात्पर्य यह है कि दो चैन-ली और लोरेज-स्टेनफ्लो अव्यवस्थित प्रणालियाँ विरोधी-सिंक्रनाइज़ हैं।

संख्यात्मक अनुकरण:

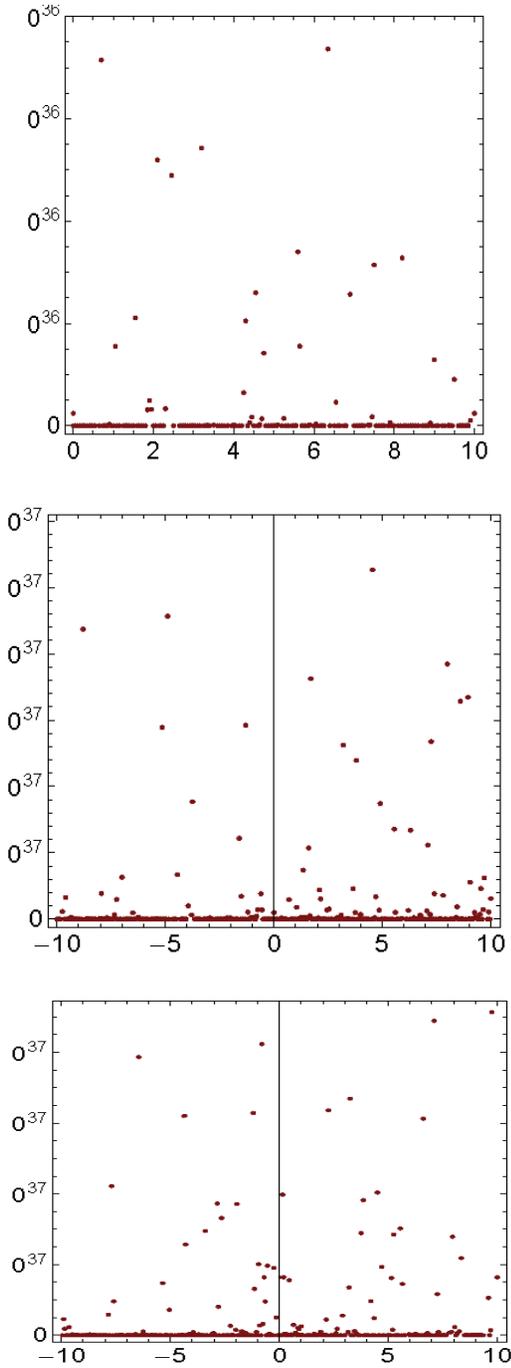
नियंत्रण कार्यों के सत्यापन के लिए चुने गए मापदंडों $a_1 = 5.1, b_1 = -11, c_1 = -3.9$ और $a = 1.1, b = 1.4, c = 26.1, d = 0.70$ के लिए युग्मित मास्टर और स्लेव निकाय में नियंत्रण के बिना अव्यवस्थित व्यवहार होता है। प्रारंभिक स्थितियों $x_0 = (0.20, 0.20, 0.20)$ और $y_0 = (1.0, 2.0, 3.0)$ के साथ गणित का उपयोग करके उपरोक्त प्रणालियों को हल करने के लिए चित्र 1. (ए), (बी), (सी) निकाय की समय श्रृंखला दिखाता है। चित्र 2 निकाय की एंटी-सिंक्रनाइज़ेशन त्रुटि दिखाता है।



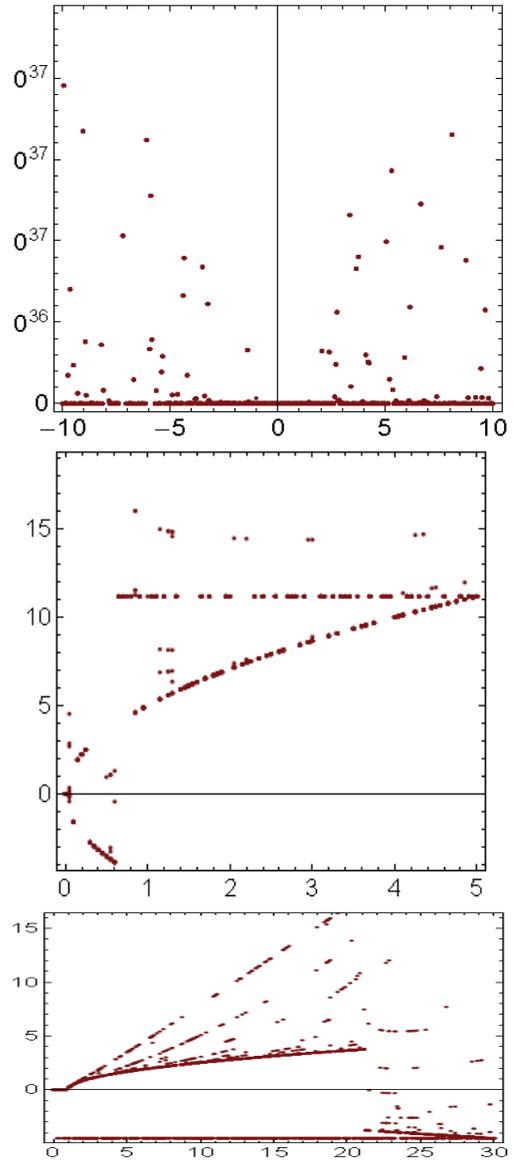
चित्र 1. अराजक चैन-ली प्रणाली का त्रि-आयामी चरण चित्र (नियंत्रक के बिना)।



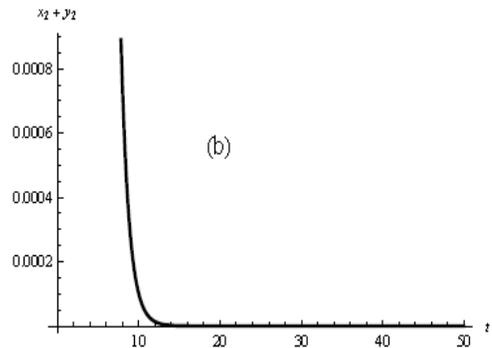
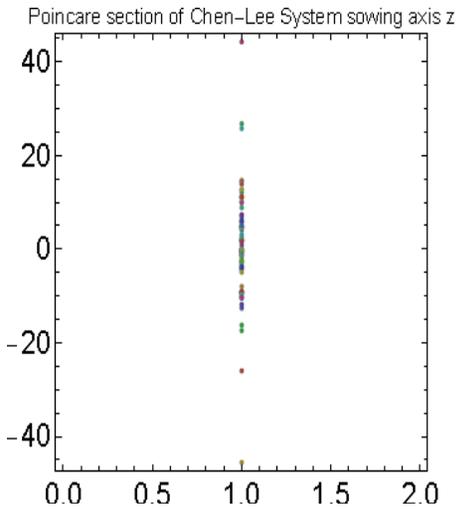
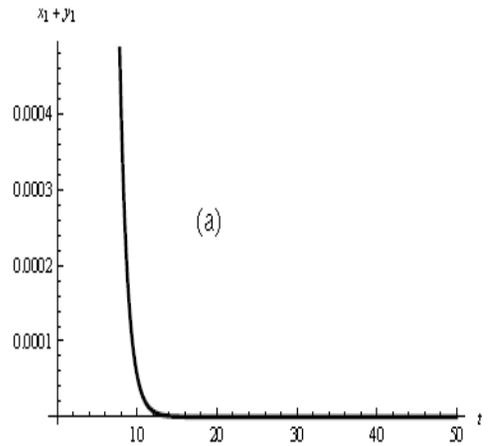
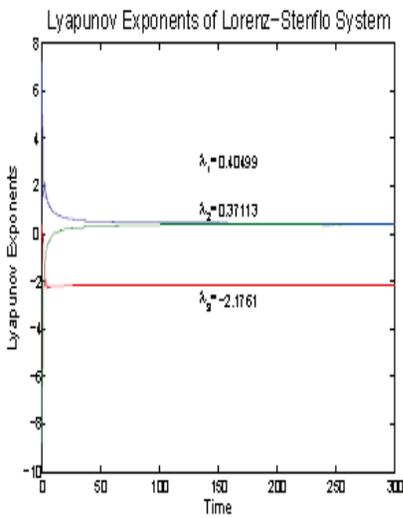
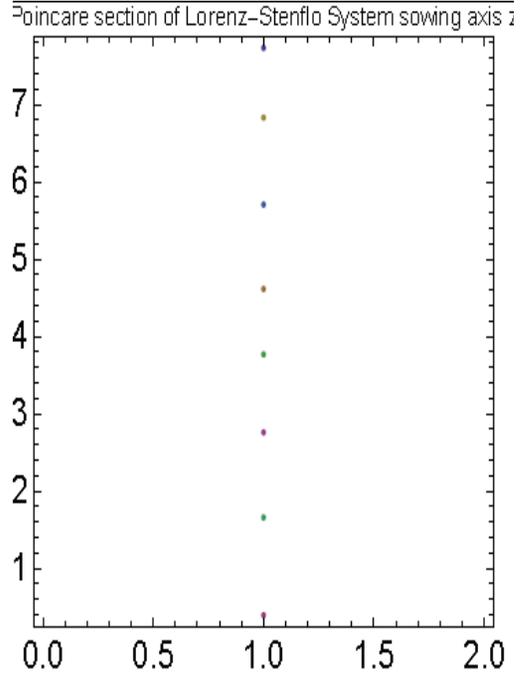
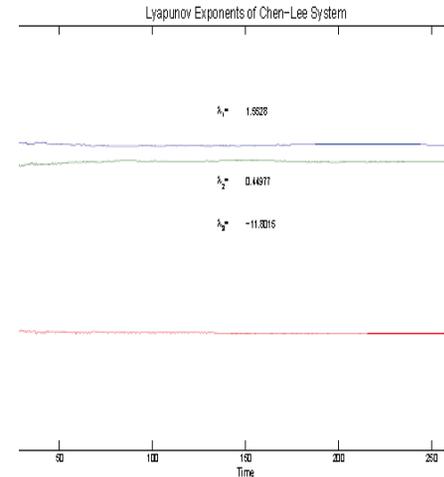
चित्र 2. अराजक चैन-ली प्रणाली का द्वि-आयामी चरण चित्र (नियंत्रक के बिना)।

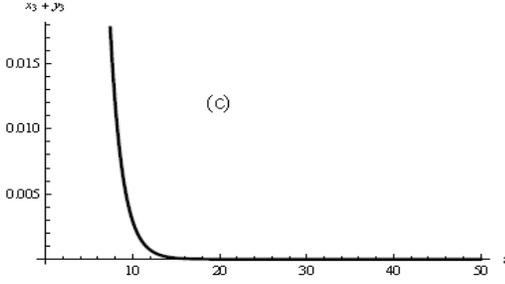


चित्र 3. प्राचल ए, बी और सी के साथ चैन-ली निकाय के द्विभाजन आरेख।



चित्र 4. प्राचल ए, बी और सी के साथ लोरेंज-स्टेनफ्लो निकाय के द्विभाजन आरेख।





चित्र 5 (ए), (बी), (सी) निकाय के बीच एंटी-सिंक्रनाइजेशन त्रुटि दिखाता है।

अव्यवस्थित चैन-ली और लियू-चैन निकाय के बीच एंटी-सिंक्रनाइजेशन

ड्राइवर सिस्टम और रिपॉन्सर निकाय को इस प्रकार परिभाषित करना है—

$$\begin{aligned} x_1 &= -x_2 x_3 + a_1 x_1 \\ x_2 &= x_1 x_3 + b_1 x_2 \\ x_3 &= \frac{1}{3} x_1 x_3 + c_1 x_3 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} y_1 &= a y_1 - y_2 y_3 + u_1 \\ y_2 &= b y_2 + y_1 y_3 + u_2 \\ y_3 &= y_1 y_2 - c y_3 + u_3 \end{aligned} \quad (4.2)$$

जहाँ “ u_1, u_2, u_3 ” नियंत्रक हैं और डिजाइन किए जाने हैं।

एंटी-सिंक्रनाइजेशन त्रुटि को इस प्रकार परिभाषित किया गया है

$$e = x + y \quad (4.3)$$

(4.1) और (4.2) से त्रुटि प्रणाली इस प्रकार है

$$\begin{aligned} e_1 &= a y_1 + a_1 x_1 - x_2 x_3 - y_2 y_3 + u_1 \\ e_2 &= y_1 y_3 + x_1 x_3 + x_2 (b_1 + b) - b e_2 + u_2 \\ e_3 &= y_1 y_2 - c e_3 + \frac{1}{3} x_1 x_2 + x_3 (c + c_1) + u_3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

सक्रिय नियंत्रण सिद्धांत के अनुसार नियंत्रक को परिभाषित करते हुए

$$\begin{aligned} u_1 &= -a y_1 - a_1 x_1 + y_2 y_3 + x_2 x_3 - e_1 \\ u_2 &= -y_1 y_3 - x_2 (b + b_1) - x_1 x_3 \\ u_3 &= -y_1 y_2 - \frac{1}{3} x_1 x_2 - x_3 (c + c_1) \end{aligned} \quad (4.5)$$

त्रुटि गतिशीलता

$$\begin{aligned} e_1' &= - (e_1) \\ e_2' &= - (b e_2) \\ e_3' &= - (c e_3) \end{aligned} \quad (4.6)$$

ल्यपुनोव फलन का चयन इस प्रकार है

$$V = \frac{1}{2} (e_1 e_1 + e_2 e_2 + e_3 e_3) \quad (4.7)$$

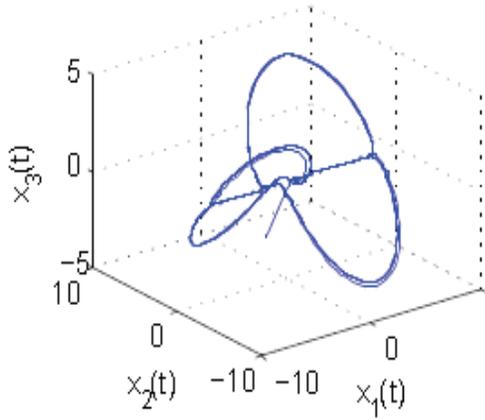
जहाँ V एक सकारात्मक निश्चित फलन $V: R^n \rightarrow R$ है और उपरोक्त फलन का अवकलज लेने पर हमें प्राप्त होता है—

$$V' = -e_1^2 - b e_2^2 - c e_3^2 \quad (4.8)$$

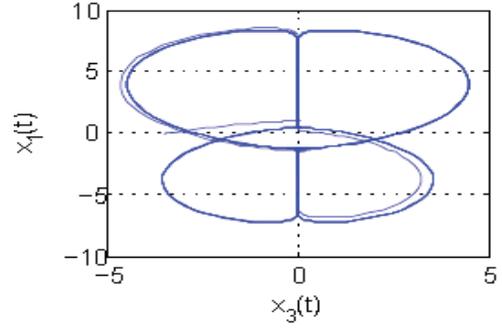
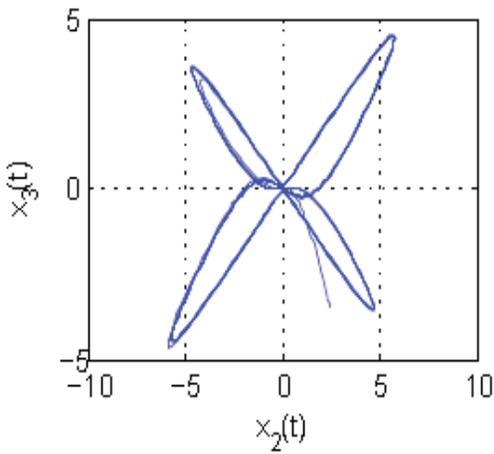
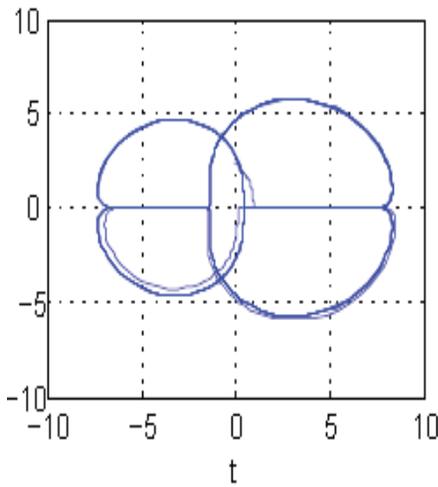
जहाँ “ $V: R^n \rightarrow R$ ” ऋणात्मक निश्चित फलन है। इस प्रकार ल्यपुनोव के स्थिरता सिद्धांत [11] द्वारा त्रुटि प्रणाली स्पर्शोन्मुख रूप से स्थिर है। इसका तात्पर्य यह है कि दो अव्यवस्थित चैन-ली और लियू-चैन सिस्टम एंटी-सिंक्रनाइज हैं।

संख्यात्मक अनुकरण:

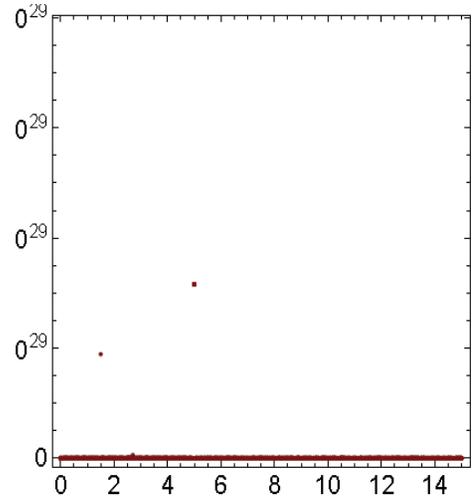
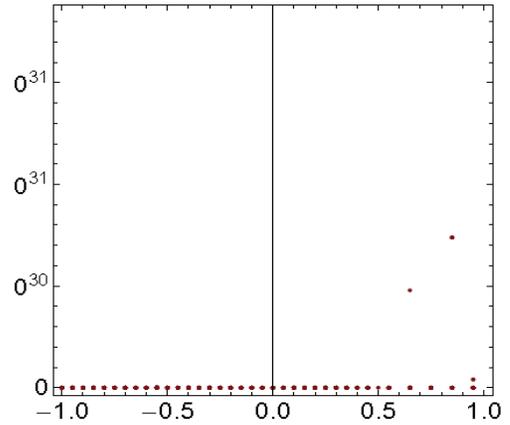
नियंत्रण कार्यों का व्यवहार्य सत्यापन युग्मित मास्टर और स्लेव प्रणाली में चुने हुए मापदंडों $a_1 = 5.1, b_1 = -11, c_1 = -3.9$ और $a = 0.40, b = 12.0, c = 5.0$ द्वारा नियंत्रण के बिना अव्यवस्थित व्यवहार होता है। $x_0 = (0.20, 0.20, 0.20)$ और $y_0 = (-0.10, 2.40, -3.50)$ के रूप में निकाय की प्रारंभिक स्थिति के साथ MATHEMATICA का उपयोग करके उपरोक्त निकाय को हल करें। चित्र 3. (ए), (बी), (सी) निकाय की समय श्रृंखला प्रदर्शित करता है। और चित्र 4 निकाय के एंटी-सिंक्रनाइजेशन को दर्शाता है।

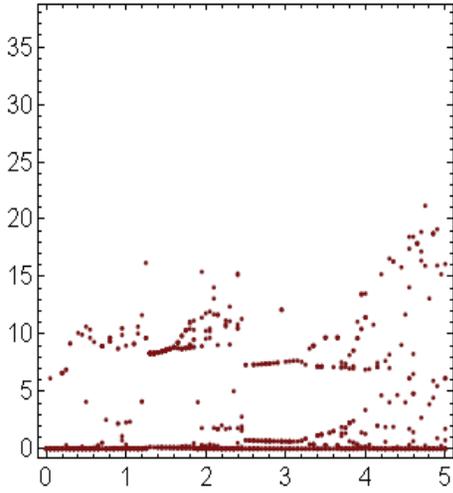


चित्र 6. अव्यवस्थित लियू-चेन प्रणाली का त्रि-आयामी चरण चित्र (नियंत्रक के बिना)।

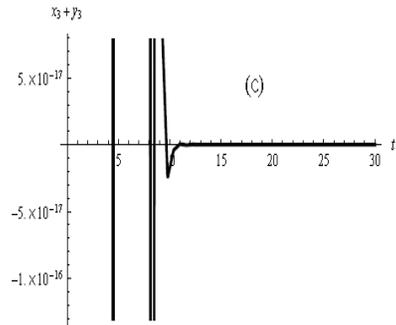
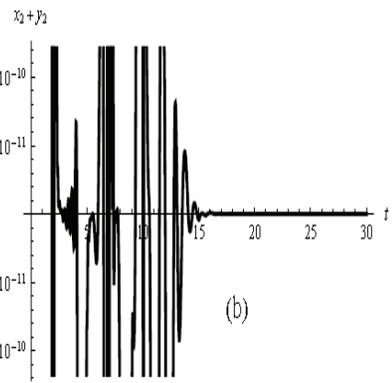
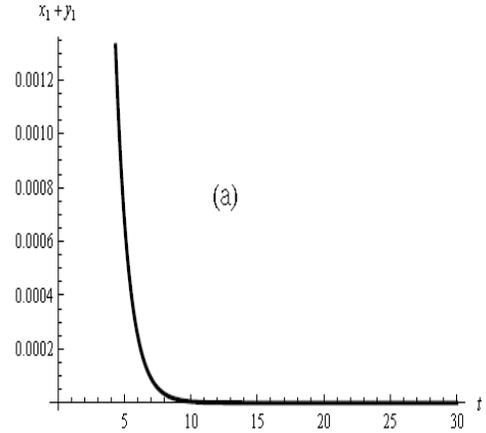
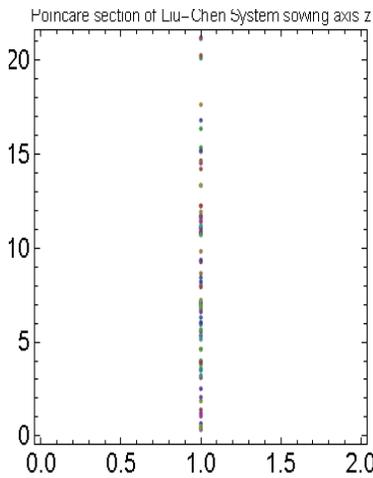
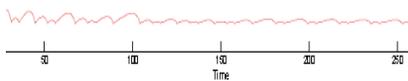
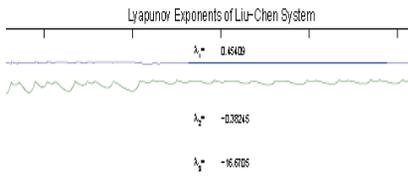


चित्र 7. अव्यवस्थित लियू-चेन प्रणाली का द्वि-आयामी चरण चित्र (नियंत्रक के बिना)।





चित्र 8. प्राचल ए, बी और सी के साथ लियू-चेन निकाय के द्विभाजन अरेख।



चित्र 9 (ए), (बी), (सी) निकाय का एंटी-सिंक्रनाइजेशन दिखाता है।

निष्कर्ष: यह शोध पत्र “ल्युपुनोव के स्थिरता सिद्धांत” का उपयोग करके प्राप्त सक्रिय अरैखिक नियंत्रण और स्थिरता परिणाम के माध्यम से चेन-ली, लोरेन्ज़-स्टेनफ्लो और लियू-चेन अव्यवस्थित प्रणालियों का एंटी-सिंक्रनाइजेशन” देती है, संख्यात्मक अनुकार प्रस्तावित विधि की प्रभावशीलता को दर्शाता है।

इस शोध पत्र में सभी आंकड़ें और परिणाम मूल और अप्रकाशित हैं और गणित का उपयोग करके अनुकरण किया गया है।

शोध पत्र में प्रयुक्त अंग्रेजी शब्दों की समानार्थक हिंदी शब्दावली

Alphabetically sorted terminology in English	वर्णमाला अनुक्रमित हिंदी शब्दावली
Bifurcation diagram	द्विभाजन आरेख
Chaotic system	अस्त-व्यस्त तंत्र, अव्यवस्थित निकाय
Eigen value	अभिलाक्षणिक मान
Lyapunov exponent	ल्यपुनोव प्रतिपादक
Numerical simulation	संख्यात्मक अनुकरण
Parameter	प्राचल
Poincare section	पॉइन्केयर अनुभाग
State variable	स्थिति चर
Stability theory	स्थिरता सिद्धांत

संदर्भ

- [1] Pecora, L. M. And Carroll, T. L., Synchronization in chaotic systems, Phys. Rev. Lett. 64, pp.821-824 (1990).
- [2] Liao, T. L., Lin, S.H., Adaptive control and synchronization of Lorenz systems. J. Franklin Inst. Vol. 336, pp.925-937, 1999.
- [3] Wang, C., Ge, S.S., Synchronization of two uncertain chaotic systems via adaptive backstepping. Int. J. Bifurcation chaos vol.11. pp.1743-1751, 2001.
- [4] Chen, H.K., Synchronization of two different chaotic systems: a new system and each of the dynamical systems Lorenz, Chen and Lu. Chaos Solitons and Fractals vol.25, pp.1049-1056, 2005.
- [5] Park, J.H., Chaos synchronization between two different chaotic dynamical systems. Chaos Solitons and Fractals, Vol.27, pp.549-554, 2006.
- [6] Ge, Z.M., Yu, T.C. Chen, Y.S., Chaos synchronization of horizontal platform system. J. Of Sound Vibration, Vol. 25, pp.731-749, 2003.
- [7] Tam, L.M., Sitou, W.M., Parametric study of the fractional order Chen-Lee system. Chaos Solitons and Fractals, Vol. 37, pp.817-826, 2008.
- [8] Chen, H.K., Lee, C.I. ,Anti-control of chaos in rigid body motion. Chaos Solitons and Fractals, Vol. 21, pp.957-965, 2004.
- [9] Huang, J., Adaptive synchronization between different Hyperchaotic systems with fully uncertain parameters. Phys. Lett. A. 327(27,28), 4799-4804, 2008.
- [10] Liu, W. and Chen, G., Can a three dimensional smooth autonomous quadratic chaotic system generate a single four-scroll attractor, Int. J. of Bifurcation chaos , Vol.14, pp.1395-1403, 2004.
- [11] Hahn, W., The Stability of motion, Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- [12] A Khan and Shikha, <https://doi.org/10.1007/s12043-017-1385-0>, *Pramana – J.Phys*, 2017.
- [13] A Khan, D Khattar and N Prajapati, <https://doi.org/10.1007/s12043-016-1356-x>, *Pramana – J. Phys*, 2017.
- [14] A Khan and M A Bhat, <https://doi.org/10.1007/s40435-016-0274-6>, *Int. J. Dyn. Control*, 2016.
- [15] Khan, Ayub and Chaudhary, Harindri (2021). Adaptive Hybrid Projective Synchronization Of Hyper-chaotic Systems, Applications and Applied Mathematics: An International Journal (AAM), Vol. 16, Iss. 1, Article 7
- [16] Khan, Ayub and Kumar Sanjay, Study of chaos in chaotic satellite systems, *Pramana – J. Phys*, 2018.