शोध पत्र / Research Paper

एस.आई.आर. मॉडल का उपयोग करके COVID-2019 वैश्विक महामारी के आंकड़ों का विश्लेषणः भारत का एक केस अध्ययन

Data Analysis of the COVID-2019 Pandemic Using the SIR Model: A Case Study of India

डॉ. रामजीत सिंह यादव
Dr. Ramjeet Singh Yadav
Computer Application, Department of Business Management and Entrepreneurship,
Dr. Rammanohar Lohia Avadh University, Ayodhya-224001, Uttar Pradesh, India
ramjeetsinghy@gmail.com, ramjeetsinghyadav@rmlau.ac.in

सारांशः

भारत के केरल राज्य में 30 जनवरी, 2020 को कोरोनावायरस का पहला रोगी मिला था । तब से लेकर आज तक कोरोनावायरस (COVID-2019) के 3 चरण भारत में आ चुके है। इस समय कोरोनावायरस का तीसरा चरण चल रहा है । तीसरे चरण की शुरुआत 1 जनवरी 2022 से हुई है । इस प्रकार, इसके विकास की भविष्यवाणी करने और बाद में सर्वोत्तम रोकथाम रणनीतियों को अनुकूलित करने के लिए महामारी वक्र की समझ बहुत महत्वपूर्ण है। इस समय ऑमिक्रोन नामक कोरोनावायरस के कारण भारत में कोरोना रोगियों की संख्या बहुत तेजी से बढ़ रही है । विश्व स्वास्थ्य संगठन के अनुसार, ऑमिक्रोन नामक कोरोनावायरस बहुत तेजी से फैलता है । एस.आई.आर. मॉडल का उपयोग करके COVID-2019 महामारी (Epidemic) के मापदंडों का अनुमान लगाने के लिए वर्तमान अध्ययन किया गया है । प्रायोगिक कार्य करने के लिए 20 दिसंबर, 2021 से 8 जनवरी, 2022 तक COVID-2019 के आंकड़ों का उपयोग किया गया है । इस निदर्श की सहायता से भारत में COVID-2019 महामारी के चरम की भविष्यवाणी तथा महामारी के अंत की तारीख का पता भी पता लगाया गया है । इस अध्ययन के प्राप्त परिणामों से पता चलता है कि 14 फरवरी, 2022 को महामारी अपने चरम पर पहुंच जाएगी और महामारी के अंत में कुल संक्रमित व्यक्तियों की संख्या 224659882 से अधिक हो जाएगी । साथ ही, 65 मिलियन से अधिक लोग अतिसंवेदनशील (Susceptible) होंगे तथा प्रजनन संख्या (Reproductive Number-R_0) का मान 2 अनुमानित है। इस अध्ययन से प्राप्त परिणाम, भारत सरकार, अस्पताल, डॉक्टर्स तथा मेडिकल अधिकारियों को COVID-2019 महामारी की रोकथाम के लिए काफी मददगार सिद्ध हो सकते है और भविष्य में कोरोनावायरस के विघटन के चरणों का भी ध्यान रखा जा सकता है ।

Abstract:

The first patient of coronavirus was found on January 30, 2020 in the state of Kerala, India. Since then, till today 3 phases of coronavirus have come to India. Currently the third phase of coronavirus is going on. The third phase has started from 1st January 2022. Thus, an understanding of the epidemic curve is very important to predict its development and subsequently optimize the best prevention strategies. At present, the number of coronaviruses in India is increasing very fast due to the Coronavirus named Omicron. According to the World Health Organization, the coronavirus called Omicron spreads very rapidly. The present study has been conducted to estimate the parameters of the COVID-2019 pandemic using SIR model. The

data of COVID-2019 from December 20, 2021 to January 8, 2022 has been used for conducting the experimental work. With the help of this model, the prediction of the peak of the COVID-2019 epidemic in India and the date of the end of the epidemic has also been found. The results obtained from this study showed that the peak of the epidemic would be reached on February 14, 2022 and the total number of infected persons at the end of the epidemic would exceed 224659882. Also, more than 65 million people will be susceptible and the value of reproduction number (R_0) is estimated to be 2. The results obtained from this study can be of great help to the Indian government, hospitals, doctors and medical authorities for the prevention of the COVID-2019 epidemic and, in future the stages of disintegration of the coronavirus.

मुख्य शब्द : COVID-2019 महामारी, एस.आई.आर. गणितीय मॉडल, झुंड उन्मुक्ति, प्रजनन संख्या।

Keywords% COVID-2019 Epidemic, SIR Mathematical Model, Herd Immunity, Reproductive Number.

1. प्रस्तावना

कोरोनावायरस रोग (COVID-2019) एक श्वसन वायरल बीमारी है जो पहली बार दिसंबर 2019 में चीन के वुहान शहर में प्रेक्षित की गई और दुनिया भर में एक भयंकर महामारी के रूप में फ़ैल गयी (1)। इस बीमारी ने दुनिया भर में 328 मिलियन से अधिक लोगों को प्रभावित किया है, जिससे 5.54 मिलियन से अधिक लोगो की मौते हुई है (2)। भारत में COVID-2019 का पहला रोगी 30 जनवरी 2020 को केरल राज्य में पाया गया था और 10 जनवरी 2022 तक कुल 37380253 रोगियों के साथ अभी भी भारत में यह रोग बहुत तेजी से फ़ैल रहा है। प्रारंभ में इस वायरस को SARSCoV कहा जाता था, हालाँकि, विश्व स्वास्थ्य संगठन (WHO) ने इसे COVID-2019 नाम दिया (3) और 11 मार्च, 2020 को इसे वैश्विक महामारी घोषित कर दिया (4)। COVID-2019 एक संक्रामक रोग है जो गंभीर तीव्र श्वसन सिंड्रोम कोरोनावायरस–2 (SARS-CoV-2) के कारण होता है (5)। वर्तमान में, दुनिया के लगभग सभी हिस्से इस वायरस के संपर्क में हैं, और क्योंकि इस वायरस की संक्रामकता अधिक है, बड़ी संख्या में लोग पहले ही इसके शिकार हो चुके हैं (6)। SARS-CoV-2 संक्रमण इनमें से एक का प्रतिनिधित्व करता है। अतः इसके कारण यह रोग मानवता के लिए सबसे बड़ी चुनौती है । भारत में पिछले दो चरणों में यह देखा गया कि COVID-2019 के चरम के बाद मामलों (रोगियों) की संख्या लगातार घटती दिख रही थी। यह 24 मार्च, 2020 से लागू किए गए उपायों (प्रतिबंध लगाना, स्कूल बंद करना, सामाजिक दूरी बनाना इत्यादि) के कारण हो सकता है। इन हस्तक्षेपों में सीमा पर प्रतिबंध लगाना, स्कूल बंद करना, सामाजिक दूरी बनाना और सभी सार्वजनिक समारोहों को रद्द करना शामिल था। यद्यपि कि COVID-2019 के पहले चरण में मध्य मई से जुलाई 2020 तक COVID-2019 रोगियों की संख्या में काफी तेजी से वृद्धि देखी गयी थी। इसके दूसरे चरण में डेल्टा वैरिएंट के कारण अप्रैल 2021 से जुलाई 2021 तक दैनिक रिपोर्ट किये गये COVID-2019रोगियों के मामले बहुत अधिक संख्या में देखे गये थे। दूसरे चरण में, भारत में COVID-2019 रोगी मृतकों की संख्या भी पहले चरण की अपेक्षा काफी अधिक थी। भारत सरकार द्व ारा COVID-2019के रोकथाम के सभी उपायों के उपरांत भी यह संख्या अभी भी बहुत तेजी से बढ़ रही है। इस तरह, सार्वजनिक प्राधिकरणों (भारत सरकर तथा कोविड योद्धा) के लिए जानकारी प्रदान करने के लिए COVID-2019 विकास की भविष्यवाण ी का बहुत महत्व है जो उन्हें उनके रोकथाम के उपायों को अपनाने या पढ़ने में मदद कर सकता है। COVID-2019 के भविष्य के रुझानों का विश्लेषण

और भविष्यवाणी करने के लिये कई पूर्वानुमान विधियों का इस्तेमाल किया गया है (जैसे लॉजिस्टिक ग्रोथ मॉडल के रूप में, Susceptible–Infectious–Recover/Removed (SIR) model, Susceptible–Exposed–Infectious–Recovered/Removed (SEIR) model), and Natural Growth Model (7&8)। विभिन्न शोधकर्ताओं के द्वारा COVID-2019 महामारी का मुकाबला करने के लिए मशीन लर्निंग तथा एक नये (एस.+ए.एस.) इ. आई. आर. गणितीय मॉडलका उपयोग किया गया है (9–10)। प्रस्तुत अध्ययन में, भारत में COVID-2019 महामारी के मामलों की संख्या, संचरण की दर, प्रजनन संख्या (R_0), आकार और विलुप्त होने की तारीख की भविष्यवाणी करने के लिए एस.आई.आर. मॉडल का उपयोग किया गया है।

2. एस.आई.आर.मॉडल

वर्तमान अध्ययन में, COVID-2019 महामारी के आंकड़ों का विश्लेषण करने के लिए एस.आई. आर. गणितीय मॉडल का उपयोग किया गया है। यह मॉडल 1920 के दशक में केर्मैक और मैकेंड्रिक द्वारा विकसित किया गया था और महामारी विज्ञान के गणितीय मॉडल के रूप में इसका गहरा तथा स्थायी प्रभाव है। प्रस्तुत इस मॉडल में, भारत की कुल जनसंख्या को तीन श्रेणियों में विभाजित किया गया हैंजो निम्नलिखित प्रकार है:

Susceptible (संवेदनशील-S): वे लोग जो अतिसंवेदनशील होते हैं।

Infective (संक्रमित-I): वे लोग जो संक्रामक होते हैं।

Recovered (पुनर्प्राप्त-R): वे लोग जिनकी मृत्यु हो जाती है या ठीक हो जाते है।

कोई भी व्यक्ति जो संक्रमित हो सकता है उसे अतिसंवेदनशील माना जाता है। संक्रमित वह व्यक्ति है जिसे रोग है और वे इसे दूसरों तक पहुंचा सकते हैं। कोई भी जो अब बीमारी का अनुबंध नहीं कर सकता है, या तो रोग होने के बाद प्रतिरक्षा के कारण और ठीक होने या मृत्यु के कारण, उसे हटा दिया गया माना जाता है। हमारा मॉडल उपर्युक्त विवरण का स्वाभाविक रूप से अनुसरण करता है। प्रस्तुत अध्ययन में, माना कि N भारत की कुल आबादी है, "S" उन व्यक्तियों की आबादी है जो अतिसंवेदनशील हैं। "I" उन व्यक्तियों की आबादी है जो जो संक्रमित है तथा "R" उन व्यक्तियों की आबादी है जिनकी मृत्यु हो गयी है या बीमारी से ठीक हो गए है। चूंकि जनसंख्या में प्रत्येक व्यक्तिइन तीन श्रेणियों में से एक में आना चाहिए। अतः हमारे पास निम्नलिखित मौलिक समानता है:

$$N = S+I+R \qquad (1)$$

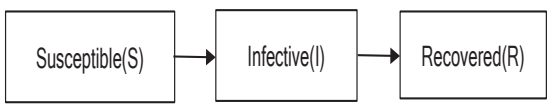
जहां $N = S+I+R$ समय (t) से स्वतंत्र कुल जनसंख्या आकार को दर्शाता है। हमारे द्वारा अध्ययन की जाने वाली सभी स्थितियों की तरह, हमारे मॉडल पर प्रगति करने के लिए, हमें पहले सरलीकृत धारणाएं बनानी चाहिए और हम उन धारणाओं को स्पष्ट करने के लिए अपनी पूरी कोशिश करते हैं ताकि अन्य लोग उनकी आलोचना कर सकें या उन्हें संशोधित कर सकें। प्रारंभ में हम मानते हैं कि भारत की जनसंख्या महामारी के दौरान स्थिर बनी हुई है। दूसरे शब्दों में, हम यह कह सकते हैकि न कोई जन्म हुआ है, ना ही किसी की मृत्यु हुई है और किसी का प्रवास भी नहीं हुआ है। इस मॉडल की एक और धारणा यह है कि हमारी जनसंख्या सजातीय रूप से मिश्रित होती है। हमारे उद्देश्यों के लिए इसका मतलब है कि तीनों श्रेणियों के लोग पूरी आबादी में समान रूप से फैले हुए हैं। अंत में, हम यह कह सकते है कि एक बार जब किसी व्यक्ति को COVID-2019 बीमारी हो जाती है और वह इस बीमारी से ठीक हो जाता है तो उसे स्थायी प्रतिरक्षा प्रदान हो जाती है। इसलिए, एक बार जब कोई संक्रमित अवस्था से हटाई गई अवस्था (Removal State) में चला जाता है तो वह महामारी की अवधि के लिए वहीं रहेगा।चूंकि हम शुरू में अपेक्षाकृत अल्पकालिक महामारियों की मॉडलिंग करते है, इसलिए हम अपनी समय इकाइयों को

दिनों में चुनते हैं। माना कि P(t–1) COVID-2019 महामारी का प्रारंभिक समय है तथा कुछ संकेतांक नीचे दिए गए है:

S(t) = t दिनों के बाद अतिसंवेदनशील लोगों की संख्या

I(t) = t दिनों के बाद संक्रमित लोगों की संख्या

R(t) = t दिनों के बाद हटाए (Remove) गए लोगों की संख्या



चित्र 1: एस.आई.आर.मॉडल के लिए प्रवाह आरेख संरचना

चूंकि हम मानते हैं कि महामारी के दौरान जनसंख्या स्थिर रहती है, हम जानते हैं कि प्रत्येक t के लिए 1 दिन है। हमारे प्रस्तुत एस.आई.आर. गणितीय मॉडल के लिए प्रवाह आरेख की संरचना अपेक्षाकृत सरल है क्योंकि एक व्यक्ति केवल S से I और I से R तक जा सकता है।

चूंकि अतिसंवेदनशील रोगी केवल श्रेणी (डिब्बे) छोड़ सकते हैं अतः हमें उम्मीद करनी चाहिए कि "S" के लिए ग्राफ केवल समय के साथ घटेगा। इसी तरह हमें उम्मीद करनी चाहिए कि "R" के लिए ग्राफ केवल बढ़ेगा क्योंकि लोग केवल उस श्रेणी में जा सकते हैं। प्रवाह आरेख के आधार पर एक मॉडल का निर्माण वास्तव में शुरू करने के लिए, हमें तीरों को लेबल करने की आवश्यकता है, अर्थात, हमें यह निर्धारित करने की आवश्यकता है कि प्रत्येक दिन कितने लोग एक श्रेणी से दूसरे में जाते हैं। इसमें दो गुणों के आधार पर दो मूलभूत मानकों का समावेश शामिल होगा जिनका महामारी की गंभीरता पर महत्वपूर्ण प्रभाव पड़ता है:

1. कितनी आसानी से यह रोग एक संक्रमित से एक अतिसंवेदनशील व्यक्ति में संचरित होता है।
2. संक्रमित व्यक्ति कितने समय तक संक्रमित रहता है।

हम संक्रमण दर नामक एक प्राचल (Parameter) को पेश करके बिंदु 1 की मात्रा निर्धारित करते हैं, जिसे हम ग्रीक अक्षर बीटा, β द्वारा निरूपित करते हैं। हम β को प्रति संपर्को की औसत संख्या के रूप में परिभाषित करते हैं । इस प्रकार β एक मात्रात्मक माप है कि रोग कितनी आसानी से फैलता है। व्यवहार में, प्राचल β सीधे मापने के लिए बेहद मुश्किल साबित होता है। यदि हम परिभाषा की जांच करते हैं, तो हम देखते हैं कि β स्वच्छता, जनसंख्या घनत्व और सामाजिक रीति–रिवाजों जैसे सामाजिक कारकों पर निर्भर करता है। हम पुनर्प्राप्ति दर (रिकवरी दर) के रूप में जाना जाने वाला प्राचल पेश करके बिंदु 2 को मापते हैं, और हम इसे ग्रीक अक्षर गामा, γ से निरूपित करते हैं। इसे रिकवरी दर के रूप में परिभाषित किया गया है। प्रस्तुत अध्ययन में, दोनों प्राचलों संक्रमण दर (β) तथा पुनर्प्राप्ति दर(γ) की गणना प्रत्यक्ष अवलोकन COVID-2019 के आंकड़ों के माध्यम से किया गया है। एस.आई.आर. गणितीय मॉडल तीन अवकल समीकरणों का एक संयोजन है। ये समीकरण नीचे दिए गए हैं:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - \gamma I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (4)$$

जहां N = S+I+R समय(t) से स्वतंत्र कुल जनसंख्या आकार को दर्शाता है, β संक्रमण दर (इन्फेक्शन रेट) को दर्शाता है और γ रिकवरी रेट (वसूली)/रिमूवल रेट (हटाने की दर) को दर्शाता है।

संक्रमण दर (β) का निर्धारण

भारत में COVID-2019 संक्रमण की शुरुआत में लगभग पूरी आबादी अतिसंवेदनशील (जैसे S≈N) है। S = N को अवकल समीकरण (2) में रखने के बाद, हम एक नया समीकरण प्राप्त करते है जो नीचे दिया गया है:

$$\frac{dI}{dt} = \beta I - \gamma I = I(\beta - \gamma)$$
$$\Rightarrow dI = I(\beta - \gamma)dt$$

उपरोक्त समीकरण के दोनों पक्षों का समाकलन करने पर, हम प्राप्त करते हैं:

$$\int \frac{dI}{I} = (\beta - \gamma) \int dt \qquad (5)$$
$$\Rightarrow \ln I = (\beta - \gamma)\, t + A$$

जहाँ । एक स्वेच्छ स्थिरांक है जिसे समाकलन स्थिरांक के रूप में जाना जाता है।

COVID-2019 महामारी की प्रारंभिक स्थिति में $t = 0, I = I_0$. इन मानों को समीकरण (5) में रखने पर, A का मान प्राप्त किया गया है

$$\ln I_O = (\beta - \gamma) * 0 + A$$
$$\Rightarrow A = ln\, I_0$$

A का मान समीकरण (5) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

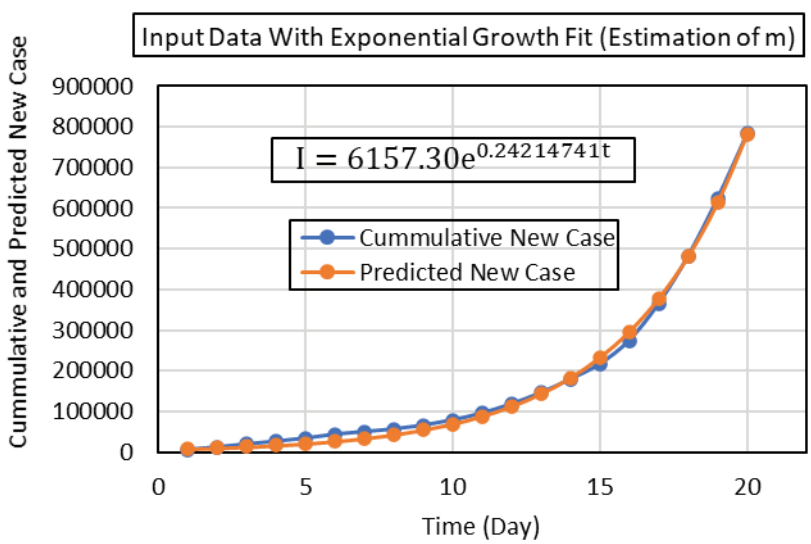
$$\ln I = (\beta - \gamma)\, t + ln\, I_0$$
$$\Rightarrow \ln I - \ln I_0 = (\beta - \gamma)\, t$$
$$\Rightarrow ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = (\beta - \gamma)\, t$$
$$\Rightarrow e^{(\beta-\gamma)\, t} = \frac{I}{I_0}, \left[f(x) = log_e x \Rightarrow e^{f(x)} = x\right]$$
$$\Rightarrow I = I_0 e^{(\beta-\gamma)\, t} \qquad (6)$$
$$\Rightarrow I = I_0 e^{m\, t}, \text{where m} = \beta - \gamma$$

यहाँ पर हमने भारत के COVID-2019 के आंकड़ों तथा न्यूनतम वर्ग विधि (Method of Least Squares) विधि का प्रयोग करके स्थिरांक उ का मान प्राप्त किया है।

तालिका 1: 20 दिसंबर, 2021 से 8 जनवरी, 2022 के दौरान भारत के COVID-2019 का प्रशिक्षण डेटासेट (2,11,12)

दिनांक	समय (दिन)	नया पुष्ट मामला	संचयी नया पुष्ट मामला	अनुमानित पुष्टि नया मामला	वर्ग त्रुटि
20 दिसंबर 2021	1	5326	5326	7844.29	6341787.73
21 दिसंबर 2021	2	6317	11643	9993.48	2720899.96
22 दिसंबर 2021	3	7495	19138	12731.52	41042989.29
23 दिसंबर 2021	4	6681	25819	16219.73	92146046.80
24 दिसंबर 2021	5	7681	33500	20663.64	164772147.20

25 दिसंबर 2021	6	9687	43187	26325.10	284323516.90
26 दिसंबर 2021	7	6531	49718	33537.71	261801819.40
27 दिसंबर 2021	8	6358	56076	42726.44	178210835.40
28 दिसंबर 2021	9	9195	65271	54432.71	117468513.90
29 दिसंबर 2021	10	13154	78425	69346.29	82422925.75
30 दिसंबर 2021	11	16764	95189	88345.93	46827641.84
31 दिसंबर 2021	12	22775	117964	112551.12	29299272.41
1 जनवरी 2022	13	27553	145517	143388.10	4532220.98
2 जनवरी 2022	14	33750	179267	182673.86	11606654.96
3 जनवरी 2022	15	37379	216646	232723.20	258476319.20
4 जनवरी 2022	16	58097	274743	296485.16	472721608.20
5 जनवरी 2022	17	90928	365671	377716.75	145100197.40
6 जनवरी 2022	18	117094	482765	481204.34	2435661.70
7 जनवरी 2022	19	141986	624751	613045.66	137015031.30
8 जनवरी 2022	20	159632	784383	781009.13	11383049.55



चित्र 2: संचयी, अनुमानित नये COVID-2019मामले तथा स्थिरांक (m)

पुनर्प्राप्ति दर (γ) का निर्धारण

हम अवकल समीकरण (3) तथा भारत के COVID-2019 के आंकड़ों का उपयोग कर पुनर्प्राप्ति दर का मान ज्ञात करते है।

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$\Rightarrow dR = \gamma I dt$$

उपरोक्त समीकरण के दोनों पक्षों का समाकलन करने पर, हम प्राप्त करते हैं

$$\int dR = \gamma I \int dt$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{R(t) = \gamma I t + B} \qquad (7)$$

जहाँ B एक स्वेच्छ स्थिरांक है जिसे समाकलन स्थिरांक के रूप में जाना जाता है। प्रारंभिक शर्तों $I = I_0$, $R = 0$ और $t = 0$ समीकरण (7) में रखने पर, हम ठ का मान पाते है

$B = 0$

$B = 0$ को समीकरण (7) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$R = \gamma I_0 t$

$\Rightarrow R(t) = \gamma I_0 t$ (8)

यदि COVID-2019 महामारी को ठीक होने में T दिन लगे, तो

$R(T) = I_0$

समीकरण (8) में मान $R(T) = I_0$ रखने पर, हम प्राप्त करते हैं

$I_0 = \gamma I_0 T$

$\Rightarrow \gamma T = 1$

$\Rightarrow \gamma = 1/T$ पुनर्प्राप्ति अवधि है।

पुनर्प्राप्ति दर का अनुमान लगाने के लिए सीधे भारत के COVID-2019 डाटा सेट तथा अवकल समीकरण (4) का उपयोग किया गया है।

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$\Rightarrow \frac{R(t+a) - R(t)}{a} = \gamma I$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{R(t+a) - R(t)}{aI}$$

उपर्युक्त समीकरण में $a = 1$ रखने पर हम पाते है कि

$$\gamma = \frac{R(t+1) - R(t)}{I}$$

समीकरण $\beta = \text{उ}+\gamma$ का उपयोग करने हम संक्रमण दर का मान प्राप्त करते है।

$\gamma = 0.241947068$

$\beta = 0.242147414 + 0.241947068 = 0.484094482$

प्रजनन संख्या $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{0.484094482}{0.241947068} = 2$

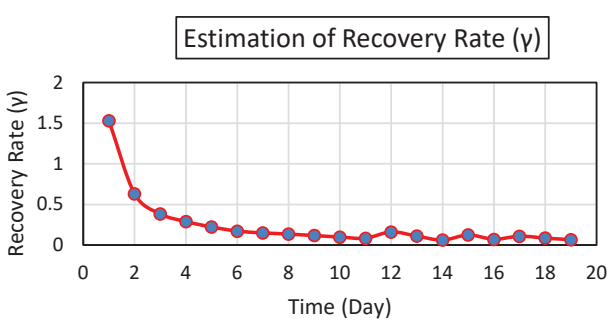
COVID-2019 महामारी के दोगुने होने का समय

$$t_D = \frac{\ln 2}{(\beta - \gamma)} = 2.862501 \approx 3$$

अतः हम यहाँ पर यह कह सकते है कि COVID-2019 महामारी 3 दिन में दोगुना हो जाएगी। इस समय भारत में ऑमिक्रोन वेरिएंट के कारण यह देखने में आ रहा है कि COVID-2019 महामारी से संक्रमितों की संख्या 2 से 3 दिन में दोगुनी हो रही है।

तालिका 2: 20 दिसंबर, 2021 से 8 जनवरी, 2022 के दौरान भारत के COVID-2019 डेटासेट तथा पुनर्प्राप्ति दर का अनुमान (γ)

दिनांक	समय (दिन)	नई पुष्टि मौतें (D)	नई पुष्टि पुनर्प्राप्त (R)	कुल पुनर्प्राप्त (D+R)	संचयी पुनर्प्राप्त	पुनर्प्राप्ति दर का अनुमान (γ)
20 दिसंबर 2021	1	453	8077	8530	8530	1.530229065
21 दिसंबर 2021	2	318	7832	8150	16680	0.630421713
22 दिसंबर 2021	3	434	6906	7340	24020	0.383216637
23 दिसंबर 2021	4	374	6960	7334	31354	0.288082420
24 दिसंबर 2021	5	387	7051	7438	38792	0.222328358
25 दिसंबर 2021	6	162	7286	7448	46240	0.171486790
26 दिसंबर 2021	7	315	7091	7406	53646	0.149523311
27 दिसंबर 2021	8	293	7141	7434	61080	0.134531707
28 दिसंबर 2021	9	302	7242	7544	68624	0.116667433
29 दिसंबर 2021	10	268	7347	7615	76239	0.098259484
30 दिसंबर 2021	11	220	7486	7706	83945	0.083948776
31 दिसंबर 2021	12	406	7585	7991	91936	0.161761215
1 जनवरी 2022	13	284	18798	19082	111018	0.109712267
2 जनवरी 2022	14	123	15842	15965	126983	0.061193639
3 जनवरी 2022	15	124	10846	10970	137953	0.124304164
4 जनवरी 2022	16	534	26396	26930	164883	0.071088253
5 जनवरी 2022	17	325	19206	19531	184414	0.109010559
6 जनवरी 2022	18	282	39580	39862	224276	0.085298230
7 जनवरी 2022	19	286	40893	41179	265455	0.065930267
8 जनवरी 2022	20	327	40863	41190	306645	0.018484592
औसत						0.241947068



चित्र 3: भारत के मामले में एसआईआर मॉडल के पुनर्प्राप्ति दर (γ) प्राचल के लिए चित्रण

तालिका 3: एस.आई.आर. मॉडल के प्रारंभिक प्राचल

N	S_0	I_0	R_0
1380000000	1380000000	5326	8530

संक्रमण की गणना (I) के लिए

अवकल समीकरणों (1) और (2) का उपयोग करके संक्रमण की गणना हमेशा के लिए मान्य है। समीकरण (1) और (2) को विभाजित करने पर, हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{dI/dt}{dS/dt} = \frac{(\beta/N) * S * I - \gamma * I}{(-\beta/N) * S * I}$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dS} = -1 + \frac{\gamma}{\beta} * \frac{N}{S}$$

$$\Rightarrow dI = \left(-1 + \frac{\gamma}{\beta} * \frac{N}{S}\right) dS$$

उपरोक्त समीकरण का समाकलन करने पर, हम प्राप्त करते हैं

$$\int dI = \int \left(-1 + \frac{\gamma}{\beta} * \frac{N}{S}\right) dS$$

$$\Rightarrow I = -S + \frac{\gamma * N}{\beta} * \ln S + C \qquad (9)$$

जहाँ C एक स्वेच्छ स्थिरांक है जिसे समाकलन स्थिरांक कहते हैं। संक्रमण की शुरुआत में, "I" बहुत छोटा है जबकि S = N (कुल जनसंख्या आकार) तो समय t = 0 पर I = 0 तथा S = N होगा। इन मानों को समीकरण (9) में रखने पर

$$0 = -N + N * \frac{\gamma}{\beta} * \ln N + C$$

$$\Rightarrow C = N * \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} * \ln N\right)$$

C के मान को समीकरण (9) में रखने पर, हम प्राप्त करते हैं

$$I = -S + \frac{\gamma N}{\beta} * \ln S + N * \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} * \ln N\right)$$

$$\Rightarrow I = N - S + \frac{\gamma N}{\beta} * \ln S - \frac{\gamma N}{\beta} * \ln N$$

$$\Rightarrow I = N - S + \frac{\gamma N}{\beta} * (\ln S - \ln N)$$

$$\Rightarrow I = N - S + \frac{\gamma N}{\beta} * \ln\left(\frac{S}{N}\right) \qquad (10)$$

यह सभी समय के लिए मान्य समीकरण है। सामान्य तौर पर, संक्रमण शुरू में तेजी से बढ़ता है और चरम पर पहुंच जाता है तथा धीरे–धीरे शून्य पर वापस आ जाता है।

प्रश्न:

1. क्या हम संक्रमण के चरम पर बीमार लोगों की संख्या I_{max} का पता लगा सकते हैं?
2. क्या हम $S_\infty = \lim_{t\to\infty} S(t)$ ज्ञात कर सकते हैं, यानी संक्रमण के बीत जाने के बाद भी अतिसंवे. दनशील की संख्या शेष है।

उत्तर: हाँ,

दोनों प्रश्नो के उत्तर के लिए हम समीकरण (3) तथा (10) का प्रयोग कर सकते है जो इस प्रकार है:

समीकरण (3)और (10)से

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N} SI - \gamma I$$

$$I = N - S + \frac{\gamma N}{\beta} * \ln\left(\frac{S}{N}\right)$$

यहाँ पर हम यह मानते हैं कि

$S = N * s,\ I = N * i,\ R = N * r$

जहाँ S तथा I क्रमशः कुल अतिसंवेदनशील और संक्रमितों के अंश का प्रतिनिधित्व करते हैं। S, I तथा R का मान समीकरण (3) तथा (10) में रखने पर हम पते है:

$$\frac{d(N * i)}{dt} = \frac{\beta}{N} * N * s * N * i - \gamma * N * i$$

$$\Rightarrow N * \frac{di}{dt} = N * (\beta s i - \gamma i)$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = i(\beta s - \gamma) \qquad (11)$$

$$N * i = N - N * s + \frac{\gamma * N}{\beta} * \ln \frac{N * s}{N}$$

$$\Rightarrow i = 1 - s + \frac{\gamma}{\beta} \ln s \qquad (12)$$

COVID-2019 महामारी के शिखर होने पर कप/dt का मान शून्य होगा।

$$i(\beta s - \gamma) = 0$$
$$\Rightarrow \beta s - \gamma = 0$$
$$\Rightarrow s = \frac{\gamma}{\beta}$$

तब हम पाते है कि

$$i_{max} = 1 - \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\gamma}{\beta} ln\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)$$
$$\Rightarrow i_{max} = 1 + \frac{\gamma}{\beta}\left(\ln \frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \qquad (13)$$

संक्रमण दर (β) तथा पुनर्प्राप्ति दर (γ)का मान समीकरण (13) में रखने पर

γ = 0.241947068

β = 0.484094482

$$i_{max} = 1 + \left(\frac{0.241947068}{0.484094482}\right) * ln\left(\frac{0.241947068}{0.484094482} - 1\right)$$

$\Rightarrow i_{max}$ = 1+(0.499793070883984) * (−1.69356112445493)

$\Rightarrow i_{max}$ = 0.1536

अतः भारत में COVID-2019 के चरम पर कुल जनसँख्या का 15.36% लोग संक्रमित होंगे।

COVID-2019 महामारी के अंत पर अतिसंवेदनशील की संख्या ज्ञात करने के लिए हम i→0 तथा ज→∞ लेंगे।

$$i = 1 - s_\infty + \frac{\gamma}{\beta} \ln s_\infty = 0 \qquad (14)$$

उपर्युक्त समीकरण (14) को संख्यात्मक रूप से हल करने पर s का मान प्राप्त किया जा सकता है। इस समीकरण को न्यूटन–रेफसन विधि से हल करने पर

s–∞ = 0.99

इसलिए, लगभग 99 प्रतिशत आबादी संक्रमण के अंत में अतिसंवेदनशील रहती है और 1 प्रतिशत आबादी किसी न किसी बिंदु पर संक्रमित हो जाती है। संक्रमण दर तथा पुनर्प्राप्ति दर के अनुपात को प्रजनन संख्या (R_0) कहते है अर्थात $R_0 = \beta/\gamma$. यह उन व्यक्तियों की संख्या (औसतन) का

$$i_{max} = 1 - \frac{1}{R_0}\left(1 - \ln \frac{1}{R_0}\right)$$

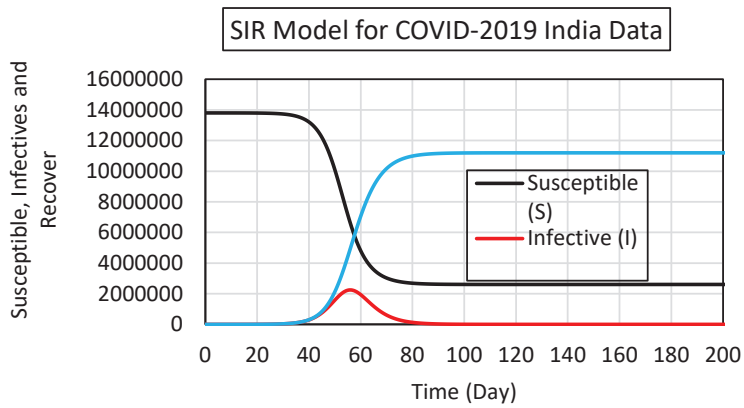
प्रतिनिधित्व करता है जो एक व्यक्ति को संक्रमित करता है। समीकरण (14) को प्रजनन संख्या के पदों के रूप में लिखने पर

COVID-2019 महामारी के अंत में संक्रमण

$$1 - s_\infty + \frac{\gamma}{\beta} \ln s_\infty = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\beta} ln s_\infty = s_\infty - 1$$
$$\Rightarrow R_0 \ln s_\infty = s_\infty - 1$$
$$\Rightarrow R_0 = \frac{\ln(s_\infty)}{s_\infty - 1}$$
$$R_0 = 1.005033585$$

(i→0) शून्य तथा समय (ज→∞) अनंत की तरफ इंगित करेगा। अतः प्रजनन संख्या महामारी के अंत में निम्न समीकरण द्वारा प्राप्त किया जायेगाः

जहाँ s–∞ महामारी के अंत (संक्रमण की समाप्ति) में अतिसंवेदनशील की संख्या है।



चित्र 4: एस.आई.आर. मॉडल के अनुकार (Simulation) का परिणाम

3. झुंड उन्मुक्ति (Herd Immunity) (%) की गणना

COVID-2019 महामारी को रोकने के लिए, टीकाकरण की गई जनसंख्या का अनुपात कम से कम $(1-1/R_0)$ होना चाहिए। थ्रेशोल्ड प्रमेय से हम जानते हैं कि यदि अतिसंवेदनशीलता का अनुपात $(1/R_0)$ से नीचे चला जायेगा तो COVID-2019 महामारी समाप्त हो जाएगी। चूंकि टीकाकरण लोगों को अतिसंवेदनशील श्रेणी से हटा देता है। हमें भारत में पर्याप्त मात्रा में लोगों का टीकाकरण करना चाहिए ताकि शेष अतिसंवेदनशील का अनुपात $(1/R_0)$ से कम हो जाये । इसका अर्थ है कि टीकाकरण करने वालों का अनुपात $(1-1/R_0)$ से अधिक होना चाहिए। प्रस्तुत अध्ययन में प्रजनन संख्या का परिकलित मान 2 है। अतःझुंड उन्मुक्ति (%) = $(1-1/R_0)'100 = (1-1/2)*100 = 50\%$.

अतः यहाँ हम कह सकते हैं कि वर्तमान समय में भारत की कुल जनसंख्या का 50% लोगों को टीका लगाया जा चुका है। COVID-2019 महामारी को रोकने के लिए भारतीय लोगों के साथ–साथ भारत सरकार की यह बहुत बड़ी उपलब्धि है।

4. विवेचना एवं परिणाम

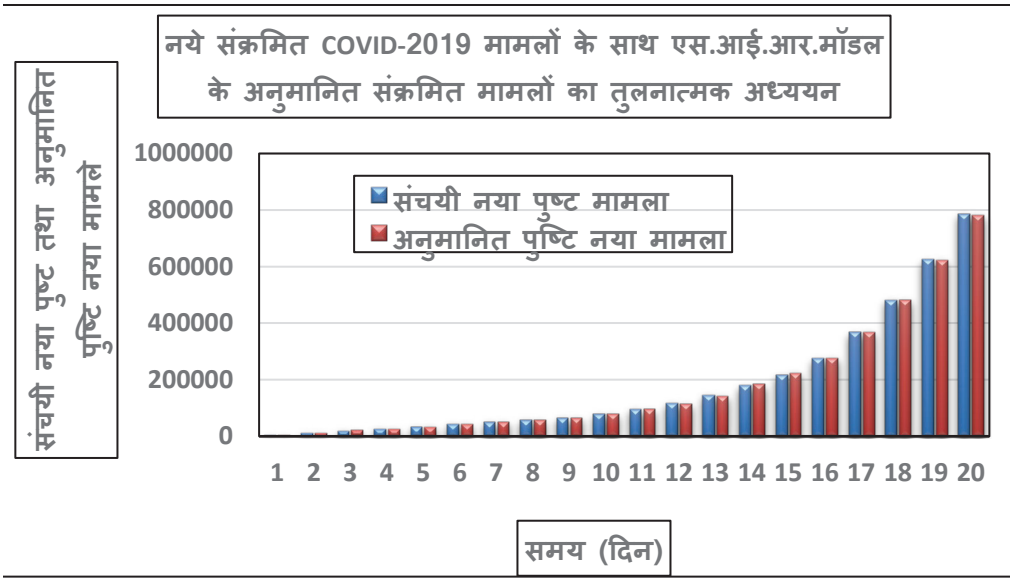
इस अध्ययन में, हमने भारत में बढ़ते COVID-2019 महामारी वक्र से संबंधित प्राचलों की गणना तथा अलग–अलग अनुमान (जैसे महामारी की भविष्यवाणी) लगाने के लिए एस.आई.आर.गणितीयमॉडल का उपयोग किया है। संक्रमण दर का मान (β) और प्राप्त स्थिरांक (m) का मान चित्र 2 में दिखाया गया हैं। भारत के COVID-2019 डेटासेट से सीधे अनुमान लगाकरहमने चित्र 3 में आलेखित पुनर्प्राप्ति दर (γ) का मान प्राप्त किया है। चित्र 4 तथा गणितीय गणना से यहस्पष्ट है कि COVID-2019 के चरम पर भारत की कुल जनसंख्या की 15. 36% आबादी इस रोग से संक्रमित हो जाएगी। इस अध्ययन से यह भी स्पष्ट है कि लगभग 99 प्रतिशत आबादी संक्रमण के अंत में अतिसंवेदनशील रहेगी और 1 प्रतिशत आबादी किसी न किसी बिंदु पर संक्रमित हो जाएगी। अतः भारत में COVID-2019 महामारी के अंत में शेष अतिसंवेदनशीललोगों की संख्या 260481478 (1380000000 का 99%) होगी तथा 1% लोग रोग से ग्रसित होंगे। चित्र 4 से स्पष्ट है कि भारत में COVID-2019 महामारी लगभग 57 दिन में अपने के शिखर पर होगी । इस प्रकार हम कह सकते है कि 14 फरवरी 2022 को भारत में COVID-2019 महामारी अपने शिखर पर होगी। अंत में, 20 दिसंबर, 2021 से 8 जनवरी, 2022 तक के आंकड़ों का उपयोग करके प्रजनन संख्या (त0) का मान प्राप्त किया है। इस अवधि में इसका मान 2 है। भरत में COVID-2019 महामारी के अंत में भी प्रजनन संख्या की गणना की गयी है जिसका मान लगभग 1 है। हमने भारत के स्वास्थ्य मंत्रालय तथा जॉन्स हॉपकिन्स यूनिवर्सिटी से प्राप्त डेटासेट तथा एस.आई.आर. गणितीय मॉडल का उपयोग करके COVID-2019 महामारी के आंकड़ों का अध्ययन किया है। लंबी अवधि की भविष्यवाणी करने वाले इस मॉडल ने यह दिखाया है कि 24 फरवरी 2022 को भारत में COVID-2019 महामारी अपने शिखर

पर पहुंच जाएगी। इसके साथ ही 57 दिन बाद यानि 31 मई 2022 को इस महामारी का अंत हो जायेगा। प्रजनन संख्या का अनुमानित मान 2 है अर्थात एक व्यक्ति कम से कम दो लोगो को संक्रमित करेगा। अंत में, इन प्राचलों का अनुमान केवल आरटी–पीसीआर पुष्ट मामले का उपयोग करके ही किया गया है। यदि हम कम से कम 50%भारत की आबादी का टीकाकरण करने का प्रबंधन करे तो हम COVID-2019 महामारी को रोक सकते हैं।भारत सरकार तथा लोगो को मैं यह ध्यान दिलाना चाहता हूँ कि प्रजनन संख्या का मान जितना अधिक होगा, टीकाकरण कार्यक्रम के माध्यम से कोविड को नियंत्रित करना उतना ही कठिन होगा।

तालिका 4: नये संक्रमित COVID-2019 मामलों के साथ एस.आई.आर.मॉडल के अनुमानित संक्रमित मामलों का तुलनात्मक अध्ययन

दिनांक	समय (दिन)	नया पुष्ट मामला	संचयी नया पुष्ट मामला	अनुमानित पुष्टि नया मामला
20 दिसंबर 2021	1	5326	5326	5244
21दिसंबर 2021	2	6317	11643	11893
22दिसंबर 2021	3	7495	19138	19232
23दिसंबर 2021	4	6681	25819	25219
24दिसंबर 2021	5	7681	33500	32663
25 दिसंबर 2021	6	9687	43187	43325
26दिसंबर 2021	7	6531	49718	49537
27दिसंबर2021	8	6358	56076	55726
28 दिसंबर 2021	9	9195	65271	65432
29दिसंबर 2021	10	13154	78425	78346
30दिसंबर 2021	11	16764	95189	94345
31दिसंबर 2021	12	22775	117964	112551
1जनवरी 2022	13	27553	145517	143388
2जनवरी 2022	14	33750	179267	182673
3जनवरी2022	15	37379	216646	222723
4जनवरी2022	16	58097	274743	276485
5जनवरी2022	17	90928	365671	367716
6जनवरी2022	18	117094	482765	481204
7जनवरी2022	19	141986	624751	623045
8जनवरी2022	20	159632	784383	781009

चित्र 5 तथा तालिका 4 से स्पष्ट है कि नये संक्रमित COVID-2019 मामलों तथा प्रस्तुत एस.आई.आर.मॉडल के अनुमानित संक्रमित मामलों की संख्या लगभग बराबर है।



चित्र 5: नये संक्रमित COVID-2019 मामलों के साथ एस.आई.आर.मॉडल के अनुमानित संक्रमित मामलों का तुलनात्मक अध्ययन

प्रायोगिक कार्य करने के लिए 20 दिसंबर, 2021 से 8 जनवरी, 2022 तक भारत के COVID-2019 के आंकड़ों का उपयोग किया गया है । यह आंकड़ें भारत के स्वास्थ्य मंत्रालय, कागल तथा जॉन्स हॉपकिन्स यूनिवर्सिटी से लिए गए है (2,11,12) ।

निष्कर्ष

इस अधययन में, हमने 20 दिसंबर 2021 से 8 जनवरी 2022 तक का COVID-2019 के आंकड़ों तथा एस.आई.आर. गणितीय मॉडल का उपयोग करके इस महामारी का संक्रमण दर, पुनर्प्राप्ति दर , महामारी का शिखर बिंदु, महामारी का अंत, भविष्यवाणी तथा प्रजनन संख्या का अधययन किया है। यह आंकड़ें भारत के स्वास्थ्य मंत्रालय तथा जॉन्स हॉपकिन्स यूनिवर्सिटी से लिए गए है (13,14,15) । एसआईआर गणितीयमॉडल ने यह दिखाया कि COVID-2019 महामारी की शुरुआत से 57 दिनों बाद भारत में यह महामारी अपने शिखर पर होगी। प्रस्तुत इस मॉडल के द्वारा यह अनुमान लगाया गया है कि भारत की कुल आबादी का 1% लोग महामारी से प्रभावित होंगे और संक्रमण की समाप्ति के उपरांत शेष संवेदनशील लोगों का प्रतिशत लगभग 99% तक होगा।COVID-2019 महामारी के प्रारम्भ में इस रोग के दोगुने होने का समय 3 दिन है। इस समय भारत में ऑमिक्रोन वेरिएंट के कारण यह देखने में आ रहा कि COVID-2019 महामारी से संक्रमितों कि संख्या 2 से 3 दिन में दोगुनी हो रही है। तालिका 4 से स्पष्ट है कि, भविष्य में COVID-2019 के नये मामलों की भविष्यवाणी करने में प्रस्तुत अध्ययन सहायक सिद्ध होगा।

शोध पत्र में प्रयुक्त अंग्रेजी शब्दों की समानार्थक हिंदी शब्दावली

Alphabetically sorted terminology in English	वर्णमाला अनुक्रमित हिंदी शब्दावली
Epidemic	महामारी
EÛposed	उजागर
Herd Immunity	झुंड उन्मुक्ति
Incubation	ऊष्मायन

Infection Rate	संक्रमण दर
Infective	संक्रमित
Mathematical Model	गणितीय निदर्श
Parameter	प्राचल
Recovered	पुनर्प्राप्त
Recovery Rate	पुनर्प्राप्ति दर
Reproductive Number	प्रजनन संख्या
(S$AS) EIR Mathematical Model	(एस.+ए.एस.) इ. आई. आर. गणितीय निदर्श
Simulation	अनुकार
SIR Model	एस.आई.आर.निदर्श
Susceptible	अतिसंवेदनशील

सन्दर्भ

1. Lunis M. Descriptive study of the current status of COVID-2019 in Algeria. Electronic Journal of General Medicine, 17(6):253, (2020). https://doi.org/10.29333/ejgm/8287
2. Johns Hopkins University of Medicine (JHUM), Coronavirus Resource Center. Accessed on August 12 (2020). https://coronavirus.jhu.edu/map.html
3. https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/technical-guidance/naming-the-coronavirus-disease-(covid-2019)-and-the-virus-that-causes-it
4. De Leon, U.A.-P., G., P., Avila-Vales, E. A SEIARD pandemic model for COVID-2019 in Mexico: mathematical analysis and state-level forecast. medRxiv [preprint]. (2020). DOI: https://doi.org/10.1101/2020.05.11.20098517
5. Khatua, D., D., A., Kar, S., Samant, E., Mandal, SM. A dynamic optimal control model for SARS-CoV-2 in India. Available at SSRN 3597498. (2020). DOI: http://dx.doi.org/0.2139/ssrn.3597498.
6. Bhattacharya, A., Bhowmik, D., Mukherjee, J. Forecast and interpretation of daily affected people during the 21-day lockdown due to the COVID-19 pandemic in India. medRxiv [preprint]. (2020). DOI: https://doi.org/10.1101/2020.04.22.20075572
7. Bagal DK, Rath A, Barua A, Patnaik D. Estimating the parameters of the susceptible-infected-recovered model of COVID-2019 cases in India during the lockdown period. Chaos, Soliton and Fractals (2020). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110154
8. Huang NE, Qo F. Data-driven time-dependent transmission rates for tracking an epidemic: a case study of 2019-nCoV. Science Bull 65(6):425-427 (2020). https://doi.org/10.1016/j.scib.2020.02.005
9. Bhatnagar M, Kumar S, Jain C. Understanding the COVID-19 Pandemic Using the Machine Learning Techniques. Vigyan Prakash, 19(4):18-28 (2021). https://www.vigyanprakash.in/article.php?id=19.3.4
10. Jain S, Mangal A, Jain S. New (S+AS) EIR Mathematical Model for COVID Epidemic. Vigyan Prakash, 19(3):65-74 (2021).https://www.vigyanprakash.in/article.php?id=19.2.8
11. https://www.icmr.gov.in/ 2 December 2021.
12. https://www.kaggle.com/datasets/imdevskp/corona-virus-report